

Mathématiques

Pour préparer l'entrée en seconde au lycée Arago

Introduction :

Ce document, élaboré par des professeurs de mathématiques des collèges de secteur et du lycée Arago, s'adresse aux élèves de 3^{ème} qui vont intégrer une seconde générale au lycée Arago.

Il s'agit d'un fascicule d'exercices corrigés portant sur une partie du programme de 3^{ème}. Il doit vous permettre de réviser avant d'entrer en seconde et de tester vos acquis sur des éléments fondamentaux du programme. Les exercices proposés n'ont pas vocation de modèle et ce fascicule n'aborde pas l'ensemble du programme de 3^{ème}. Il nous a semblé important de ne cibler que certains savoir-faire essentiels qui seront utiles au début de la seconde.

Les exercices sont répartis en trois parties :

- **Partie 1 : Calcul numérique – calcul littéral**
- **Partie 2 : Comprendre et utiliser la notion de fonction**
- **Partie 3 : Démontrer - Raisonner**

Nous rappelons enfin que le travail que nous avons fourni pour l'élaboration de ce fascicule, n'a qu'un seul objectif : aider à la réussite en mathématiques de tous les élèves.

Consultation des corrigés : Les corrigés sont disponibles

- Sur le site du lycée (en page d'accueil ou à l'adresse suivante) :

<https://francois-arago.mon-ent-occitanie.fr/l-offre-enseignement-secondaire/les-disciplines/maths/>

- Ou par le QR-code suivant :



Partie 1 : Calcul numérique – Calcul littéral

Pour cette partie, les exercices doivent être faits **sans faire usage de la calculatrice.**

EX 1.1 Q.C.M Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Déterminer la bonne réponse.

Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
La somme $\frac{1}{2} + \frac{3}{7}$ est égale à	$\frac{4}{9}$	$\frac{13}{14}$	$\frac{13}{27}$
Le nombre $\frac{42}{54}$ est égal à	$\frac{2}{5}$	$\frac{42+1}{54+1}$	$\frac{7}{9}$
Le nombre -3^4 est égal à	$-(3) \times (3) \times (3) \times (3)$	-3×4	$-3 \times (-3) \times (-3) \times (-3)$
La différence $\frac{5}{6} - \frac{4}{5}$ est égale à	$-\frac{4}{6}$	1	$\frac{1}{30}$
$10^{-5} \times 10^2$ est égal à	10^{-10}	0,001	10^3
Si $x = 8$ alors $x^2 - 5x - 4$ est égal à	47	20	-38
L'écriture scientifique de 170000 est	17×10^4	$1,7 \times 10^4$	$1,7 \times 10^5$
L'expression développée de $(4x - 3)(x - 5)$ est	$4x^2 + 15$	$4x^2 - 23x + 15$	$4x^2 + 23x + 15$
L'expression factorisée de $(x + 5)^2 + (x + 5)(2x - 3)$ est	$(x + 5)(2x^2 + 15)$	$(x + 5)(3x + 2)$	$(x + 5)(x + 8)$
L'expression factorisée de $25 - 9x^2$ est	$16x^2$	$(5 - 9x)(5 + 9x)$	$(5 - 3x)(5 + 3x)$

EX 1.2 Calcul numérique

1. Calculer les expressions suivantes en donnant le résultat sous forme d'un nombre entier ou d'un nombre décimal :

$$A = 1 + (7 - 3)^2 \quad B = 2 \times 10^5 \times 7 \times 10^{-6} \quad C = 3(4 - 5)^2 - 3 \quad D = \frac{7 \times 10^7}{10^9}$$

2. Ecrire les nombres suivants sous forme d'une fraction irréductible :

$$E = 10 - 8 \times \frac{2}{3} \quad F = (10 - 8) \times \frac{2}{3} \quad G = \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{30}$$

EX 1.3 Calcul en situation

Quatre personnes découvrent un trésor et le partage se fait de la façon suivante : la 1^{ère} personne prend un quart du trésor, la deuxième un tiers, la troisième $\frac{1}{5}$ et la dernière personne reçoit le reste soit 117 pièces d'or.

- Prouve que la part de la quatrième personne représente $\frac{13}{60}$ du trésor.
- Déduis-en que le trésor contenait 540 pièces d'or.
- Quels sont les nombres de pièces obtenus par chacune des personnes ?

EX 1.4 Calcul littéral et résolution d'équation

1. Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = (2x + 3)(3x - 7) \quad B = -4(1 - 5x) \quad C = 6 - 4(1 - 5x)$$

2. Factoriser les expressions suivantes :

$$D = x^2 + 5x \quad E = 15x - 35y \quad F = 4(x + 1) - x(x + 1) \quad G = 81x^2 - 16$$

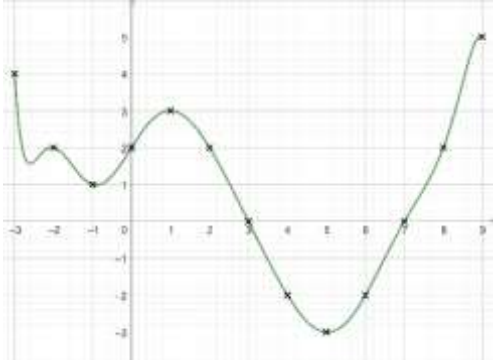
3. Résoudre les équations suivantes :

$$\begin{array}{llll} a) 5x - 30 = 5 & b) -4x + 3 = 0 & c) 4x - 8 = x - 7 & d) (2x - 5)(x + 9) = 0 \\ e) x(5x - 6) = 0 & f) 4x^2 - 49 = 0 & & \end{array}$$

Partie 2 : Comprendre et utiliser la notion de fonction

EX 2.1 Q.C.M Pour chaque question, déterminer la (ou les) bonne(s) réponse(s).

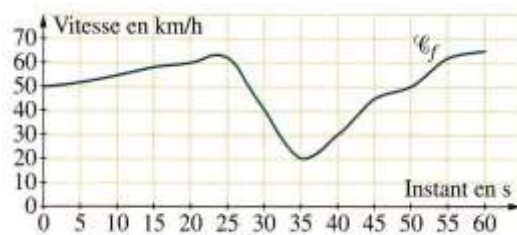
		A	B	C	D										
1	Soit g la fonction telle que : $g(x) = \frac{x}{x + 2}$	$g(-4) = \frac{-2}{-4}$	$g(-4) = -\frac{1}{2}$	$g(-4) = \frac{1}{2}$	$g(-4) = \frac{3}{2}$										
2	Soit h la fonction définie par $h(x) = x(x - 2)$	L'image de 4 est 8	L'image de 0 est 2	L'image de 8 est 4	L'image de 2 est 0										
3		-3 est un antécédent de 15	195 est un antécédent de 15	5 est un antécédent de 15	15 est un antécédent de 15										
4	Soit le tableau de valeurs d'une fonction k	L'image de -1 est 1	L'image de 0 est 1	L'image de 1 est -1	L'image de 1 est 1										
5	<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="padding: 2px 10px;">x</td> <td style="padding: 2px 10px;">-1</td> <td style="padding: 2px 10px;">0</td> <td style="padding: 2px 10px;">1</td> <td style="padding: 2px 10px;">-2</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 10px;">$k(x)$</td> <td style="padding: 2px 10px;">-2</td> <td style="padding: 2px 10px;">1</td> <td style="padding: 2px 10px;">-2</td> <td style="padding: 2px 10px;">0</td> </tr> </table> Par cette fonction :	x	-1	0	1	-2	$k(x)$	-2	1	-2	0	1 est un antécédent de -2	-1 est un antécédent de -2	-2 est un antécédent de 1	1 est l'antécédent de -2
x	-1	0	1	-2											
$k(x)$	-2	1	-2	0											

6	Voici la représentation graphique d'une fonction f pour x compris entre -3 et 9	L'image de 2 par la fonction f est 2	L'image de 0 par la fonction f est 2	L'image de 0 par la fonction f est 3	L'image de 3 par la fonction f est 0.
7		8 est un antécédent de 2 par f	2 est un antécédent de 2 par f	0 est un antécédent de 2 par f	4 est un antécédent de -2 par f

EX 2.2

Pour cet exercice, répondre sur le sujet.

Un cycliste effectue une descente sur une route sinueuse. La courbe ci-contre représente, pour une durée d'une minute, la fonction qui, à chaque instant, associe la vitesse affichée par le compteur.



Les valeurs demandées seront données avec la précision que permet la représentation graphique.

1. Quelle est la vitesse du cycliste au bout d'une minute ?

2. a) Compléter $f(50) = \dots$

b) Que signifie ce résultat en pratique pour le cycliste ?

.....

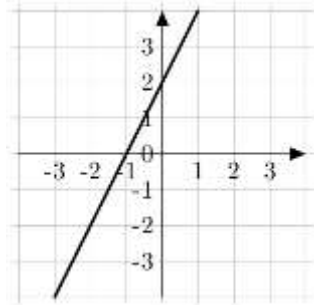
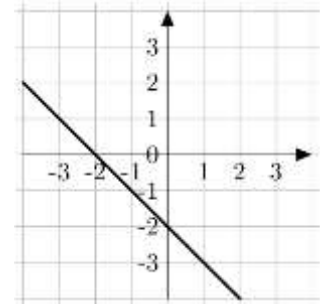
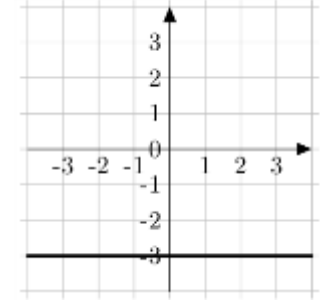
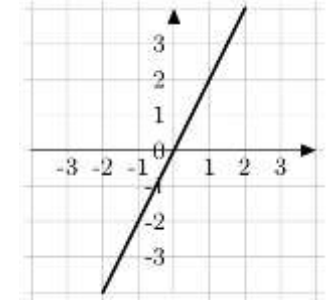
3. Compléter : a) L'image de 30 par la fonction est b) $f(\dots) = 20$

4. Quels sont les antécédents de 40 ? (on fera en bleu sur le graphique les tracés nécessaires) :

.....

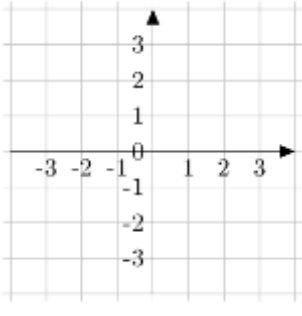
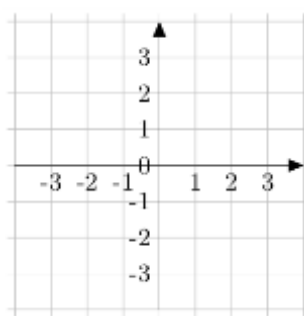
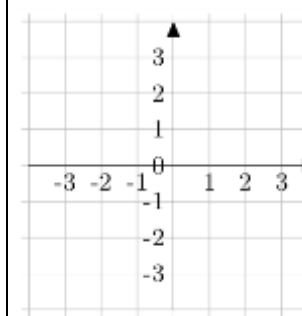
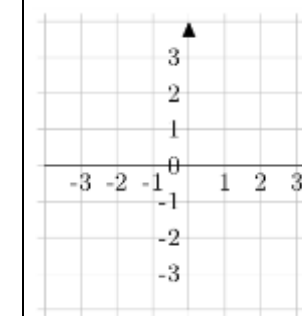
EX 2.3

Déterminer graphiquement l'expression de la fonction affine dont on a tracé la courbe :

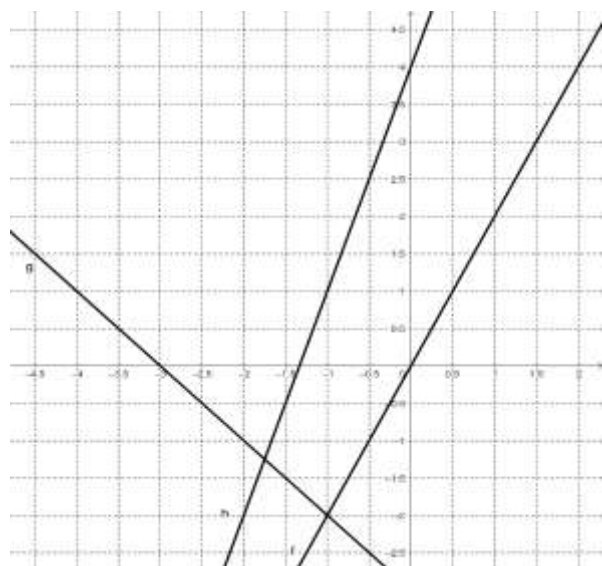
			
$f(x) = \dots\dots\dots$	$f(x) = \dots\dots\dots$	$f(x) = \dots\dots\dots$	$f(x) = \dots\dots\dots$

EX 2.4

Construire la droite représentant chaque fonction affine :

			
$f(x) = 2x + 1$	$f(x) = -4x + 3$	$f(x) = -2x - 3$	$f(x) = 3x$

EX 2.5 Déterminer les expressions algébriques des fonctions affines représentées ci-dessous.



$$f(x) = \dots\dots\dots$$

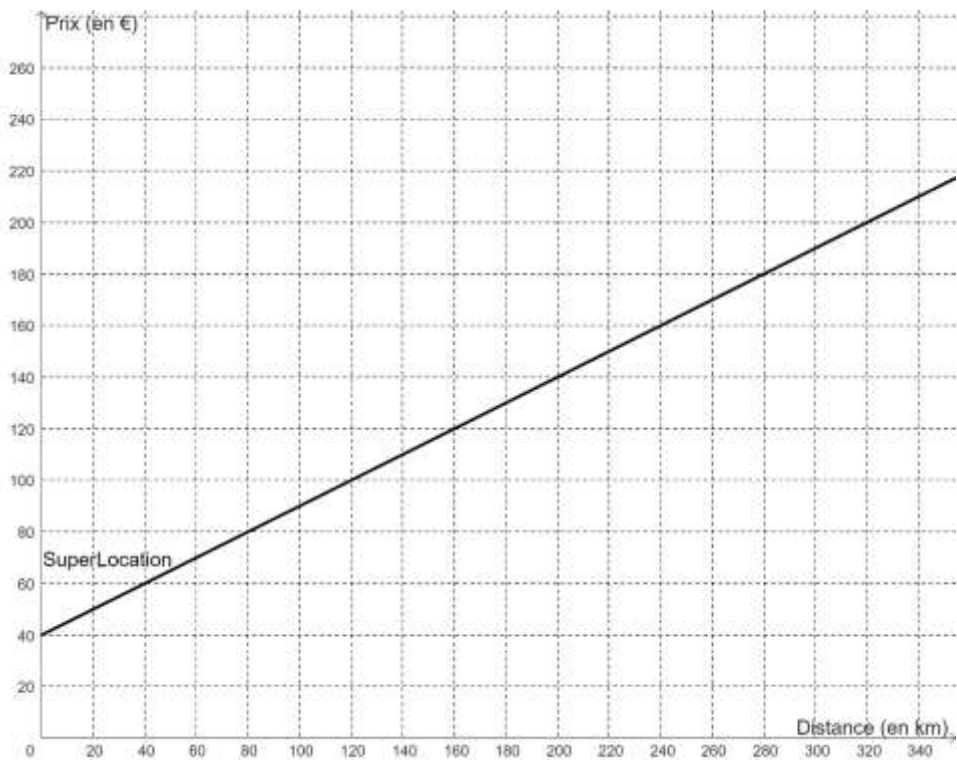
$$g(x) = \dots\dots\dots$$

$$h(x) = \dots\dots\dots$$

EX 2.6 Voici les tarifs donnés par des entreprises de location de camions.

- SuperLocation : forfait journalier de 40 € auquel on rajoute 0,50€ par kilomètre parcouru ;
- LocPerpi : 0,90 € par kilomètre parcouru avec 50 km au minimum ;
- Cataloc : forfait pour la journée de 180 €, pour n'importe quel kilométrage.

- 1) Layla doit parcourir 90 km avec un camion. Quel est le tarif le plus avantageux ?
- 2) Son ami Eric veut aussi déménager et parcourir 240 km. Quel est le tarif le plus avantageux pour lui ?
- 3) a) Dans le repère, nous avons représenté le tarif de SuperLocation en fonction de la distance.
Dans ce même repère, tracer les représentations graphiques correspondant aux deux autres tarifs.



b) Par lecture graphique, déterminer pour quelle distance le tarif de LocPerpi et le tarif SuperLocation sont égaux.

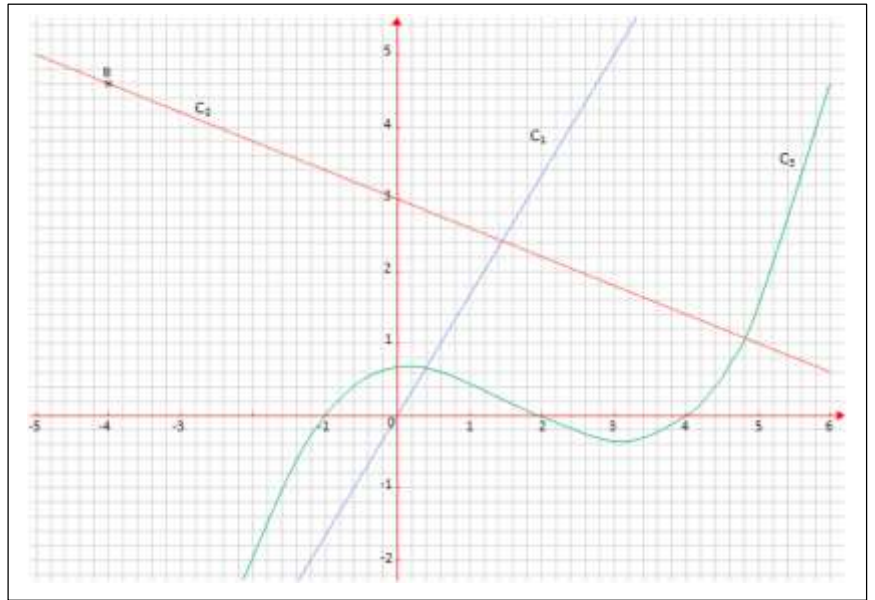
c) Compléter le tableau suivant :

Distance (en km)	Entre 0 et ...	Entre ... et ...	Entre ... et ...
Entreprise la plus avantageuse			

EX 2.7

On donne ci-dessous les représentations graphiques de trois fonctions.

Ces représentations sont nommées C_1 , C_2 et C_3 .



L'une d'entre elles est la représentation graphique d'une fonction linéaire.

Une autre est la représentation graphique de la fonction f définie par $f(x) = -0,4x + 3$.

- 1) Lire graphiquement les coordonnées du point B.
- 2) Laquelle de ces représentations est celle de la fonction linéaire ? Justifier.
- 3) Laquelle de ces représentations est celle de la fonction f ? Justifier.
- 4) Déterminer l'expression algébrique de la fonction représentée par C_1 .
- 5) Quel est l'antécédent de 1 par la fonction f ? Justifier par un calcul.
- 6) A est le point de coordonnées (4,6; 1,2). A appartient-il à C_2 ? Justifier par un calcul.

Partie 3 : Reasonner - Démontrer
EX 3.1

Soit x un réel. Les affirmations suivantes sont-elles vraies ?

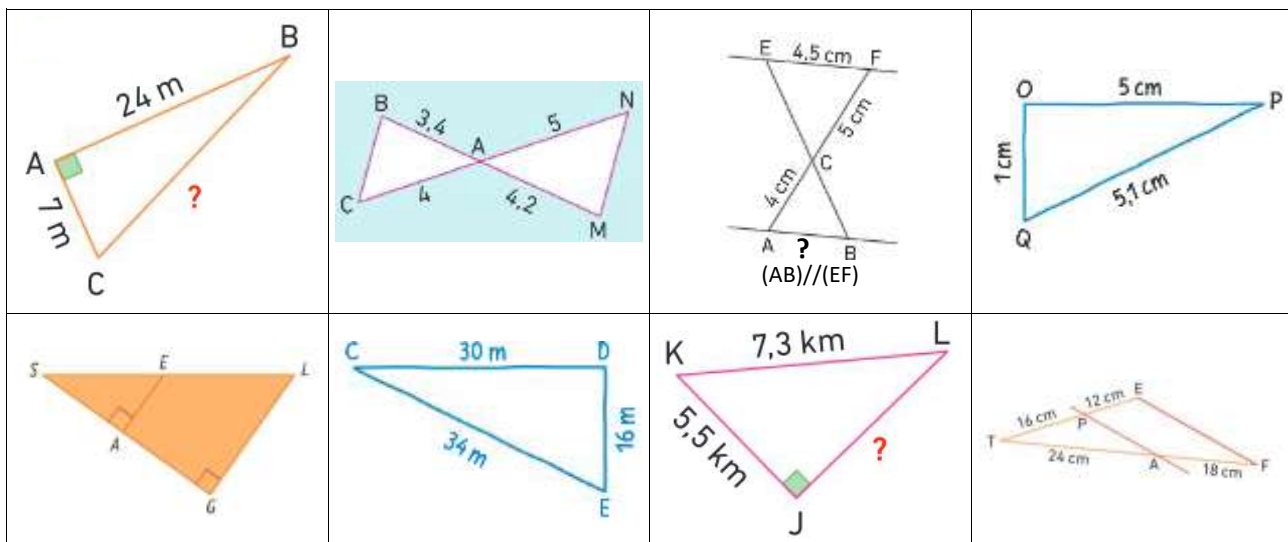
Affirmation A : Si $x = 2$ alors $x^2 = 4$.

Affirmation B : Si $x^2 = 4$ alors $x = 2$.

Affirmation C : Si $x^2 = x$ alors $x = 1$.

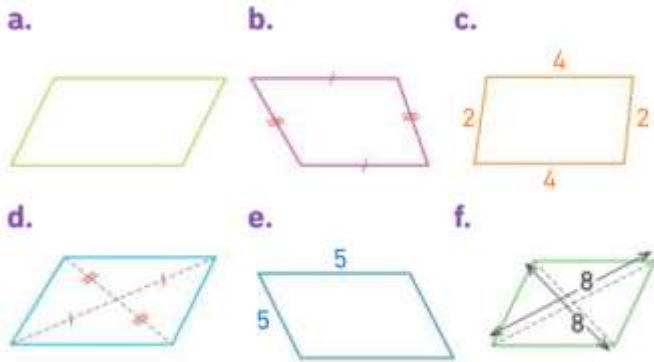
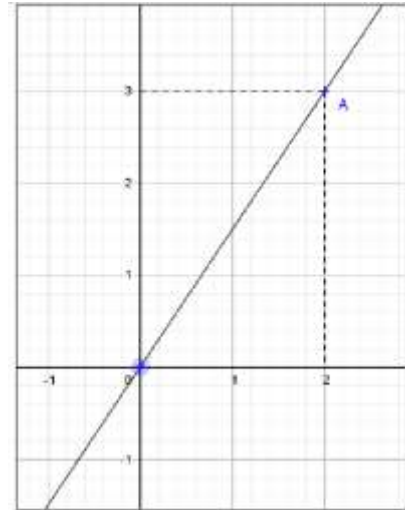
EX 3.2

Voici 8 figures. Pour chaque figure, quel théorème peut-on utiliser ?



EX 3.3

Parmi les quadrilatères suivants, lesquels sont des parallélogrammes ?

**EX 3.4**

Soit B un point appartenant à la droite (OA) .
L'abscisse de B est 18, déterminer son ordonnée.

EX 3.5

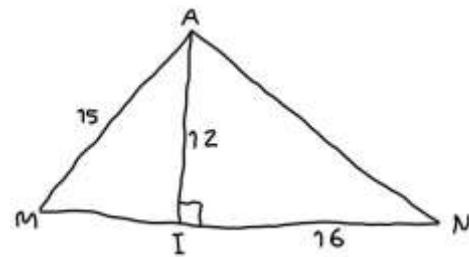
Sur la figure à main levée suivante, A, M, I et N sont quatre points tels que :

Le triangle AMI est rectangle en I .

$AM = 15 \text{ mm}$; $AI = 12 \text{ mm}$; $IN = 16 \text{ mm}$

Les points M, I et N sont alignés.

1. Calculer IM .
2. Calculer AN .
3. Quelle est la nature du triangle AMN ?

**EX 3.6**

On considère les programmes de calculs suivants :

Programme A

Choisir un nombre.
Le multiplier par 10.
Soustraire 15.

Programme B

Choisir un nombre.
Le doubler.
Ajouter (-3).
Multiplier le résultat par 5.

1. Quel résultat obtient-on en choisissant 2 avec le programme A ?
2. Quel résultat obtient-on en choisissant 2 avec le programme B ?
3. Quels résultats obtient-on avec le programme A et le programme B en choisissant le nombre -6 ?
4. L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse ?

« Les programmes A et B donnent toujours le même résultat »