Spécialité Mathématiques
Pour préparer l'entrée en Première

CORRECTION

Capacité 1 : Calculer sans calculatrice.

Exercice 1 : Ecrire le plus simplement possible

$A=\frac{13}{8}-\frac{5}{24}$ $A=\frac{13\times3}{8\times3}-\frac{5}{24}$ $A=\frac{39}{24}-\frac{5}{24}$ $A=\frac{34}{24}$ $A=\frac{34\div2}{24\div2}$ $A=\frac{17}{12}$	$B=\frac{24}{35}\times\frac{14}{36}$ $B=\frac{2\times2\times2\times3}{7\times5}\times\frac{7\times2}{2\times2\times3\times3}$ $B=\frac{2}{5}\times\frac{2}{3}$ $B=\frac{4}{15}$	$C=\frac{\frac{15}{4}}{\frac{21}{16}}$ $C=\frac{15}{4}\times\frac{16}{21}$ $C=\frac{3\times5}{4}\times\frac{4\times4}{3\times7}$ $C=\frac{5}{1}\times\frac{4}{7}$ $C=\frac{20}{7}$	$D=\frac{5}{4}-\frac{7}{4}\times\frac{7}{8}$ $D=\frac{5}{4}-\frac{49}{32}$ $D=\frac{5\times8}{4\times8}-\frac{49}{32}$ $D=\frac{40}{32}-\frac{49}{32}$ $D=\frac{-9}{32}$	$E=\frac{-2}{3}\times\frac{-5}{2}\times\frac{3}{-7}$ $E=\frac{-1\times(-5)}{-7}$ $E=\frac{5}{-7}$ $E=-\frac{5}{7}$
$F=\frac{-4}{45}\times\frac{25}{8}$ $F=\frac{-4\times5\times5}{5\times9\times4\times2}$ $F=\frac{-5}{9\times2}$ $F=\frac{-5}{18}$	$G=11\div\left(\frac{2}{3}-\frac{5}{2}\right)$ $G=11\div\left(\frac{2\times2}{3\times2}-\frac{5\times3}{2\times3}\right)$ $G=11\div\left(\frac{4}{6}-\frac{15}{6}\right)$ $G=11\div\left(\frac{-11}{6}\right)$ $G=11\times\frac{6}{-11}$ $G=-6$	$H=1\div\left(\frac{-7}{4}\right)$ $H=1\times\frac{4}{-7}$ $H=-\frac{4}{7}$	$I=\frac{-2}{3}\times\frac{-5}{2}\times\frac{3}{-7}$ $I=\frac{-1\times2\times(-5)\times3}{3\times2\times(-7)}$ $I=\frac{(-1)\times(-5)}{-7}$ $I=\frac{5}{-7}$ $I=-\frac{5}{7}$	$J=\frac{-4}{45}\div\frac{16}{15}$ $J=\frac{-4}{45}\times\frac{15}{16}$ $J=\frac{-4\times15}{3\times15\times4\times4}$ $J=\frac{-1}{12}$
$K=\frac{2}{\frac{3}{5}}$ $K=2\times\frac{5}{3}$ $K=\frac{10}{3}$	$L=\left(\frac{1}{7}-\frac{2}{5}\right)\times\frac{25}{7}$ $L=\left(\frac{1\times5}{7\times5}-\frac{2\times7}{5\times7}\right)\times\frac{25}{7}$ $L=\left(\frac{5}{35}-\frac{14}{35}\right)\times\frac{25}{7}$ $L=\frac{-9}{7\times5}\times\frac{5\times5}{7}$ $L=\frac{-45}{49}$	$M=\left(3-\frac{2}{3}\right)^2$ $M=\left(\frac{3\times3}{1\times3}-\frac{2}{3}\right)^2$ $M=\left(\frac{9}{3}-\frac{2}{3}\right)^2$ $M=\left(\frac{7}{3}\right)^2$ $M=\frac{49}{9}$	$N=1-2\left(1-\frac{1}{3}\right)$ $N=1-2\left(\frac{1\times3}{1\times3}-\frac{1}{3}\right)$ $N=1-2\left(\frac{3-1}{3}\right)$ $N=1-2\times\frac{2}{3}$ $N=1-\frac{4}{3}$ $N=\frac{3}{3}-\frac{4}{3}$ $N=-\frac{1}{3}$	$P=-2\times\left(\frac{1}{3}\right)^2+5\times\frac{1}{3}-1$ $=-2\times\frac{1}{9}+\frac{5}{3}-1$ $=-\frac{2}{9}+\frac{5}{3}-1$ $=-\frac{2}{9}+\frac{5\times3}{3\times3}-\frac{9}{9}$ $=-\frac{2}{9}+\frac{15}{9}-\frac{9}{9}$ $=\frac{-2+15-9}{9}$ $=\frac{4}{9}$
$Q=-7\left(\frac{4}{3}-2\right)^2+\frac{1}{9}$ $=-7\left(\frac{4}{3}-\frac{2\times3}{1\times3}\right)^2+\frac{1}{9}$ $=-7\left(\frac{4}{3}-\frac{6}{3}\right)^2+\frac{1}{9}$ $=-7\left(-\frac{2}{3}\right)^2+\frac{1}{9}$ $=-7\times\frac{4}{9}+\frac{1}{9}$ $=\frac{-28}{9}+\frac{1}{9}$ $=-\frac{27}{9}$ $=-3$	$R=\frac{-\frac{2}{3}+1}{\left(-\frac{2}{3}\right)^2+1}$ $=\frac{-\frac{2}{3}+\frac{3}{3}}{\frac{4}{9}+\frac{9}{9}}$ $=\frac{\frac{1}{3}}{\frac{13}{9}}$ $=\frac{1}{3}\times\frac{9}{13}$ $=\frac{1\times3\times3}{3\times13}$ $=\frac{3}{13}$	$S=\left(\frac{2}{3}-3\right)^2$ $=\left(\frac{2}{3}-\frac{9}{3}\right)^2$ $=\left(-\frac{7}{3}\right)^2$ $=\frac{49}{9}$	$T=\left(\frac{2}{3}-3\right)^3$ $=\left(\frac{2}{3}-\frac{9}{3}\right)^3$ $=\left(-\frac{7}{3}\right)^3$ $=\frac{(-7)^3}{3^3}$ $=-\frac{343}{27}$	$U=(-1)^{10}$ $U=1$ 10 est un nombre pair Nombre pair de facteurs négatifs : résultat positif $V=(-1)^{15}$ $V=-1$ 15 est un nombre impair Nombre impair de facteurs négatifs : résultat négatif

Exercice 2 :

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ *par* $f(x) = 2x^2 - 3x + 2$.
   Déterminer les images respectives de : $1\ ;\ -1\ ;\frac{2}{3}\ ;\ -\frac{1}{4}$. $\qquad f(x) = 2 \times x^2 - 3 \times x + 1$

$f(1) = 2 \times 1^2 - 3 \times 1 + 2$ $f(1) = 2 \times 1 - 3 + 2$ $f(1) = 1$	$f(-1) = 2 \times (-1)^2 - 3 \times (-1) + 2$ $f(-1) = 2 \times 1 + 3 + 2$ $f(-1) = 7$
$f\left(\frac{2}{3}\right) = 2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 3 \times \frac{2}{3} + 2$ $f\left(\frac{2}{3}\right) = 2 \times \frac{2^2}{3^2} - 2 + 2$ $f\left(\frac{2}{3}\right) = 2 \times \frac{4}{9}$ $f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{8}{9}$	$f(-\frac{1}{4}) = 2 \times (-\frac{1}{4})^2 - 3 \times (-\frac{1}{4}) + 2$ $f(-\frac{1}{4}) = 2 \times \frac{(-1)^2}{4^2} + \frac{3}{4} + 2$ $f(-\frac{1}{4}) = 2 \times \frac{1}{16} + \frac{3}{4} + 2$ $f(-\frac{1}{4}) = \frac{1}{8} + \frac{3}{4} + 2$ $f(-\frac{1}{4}) = \frac{1}{8} + \frac{3 \times 2}{4 \times 2} + \frac{2 \times 8}{1 \times 8}$ $f(-\frac{1}{4}) = \frac{1 + 6 + 16}{8} = \frac{23}{8}$

2. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ *par* $f(x) = -2x^2 + 3x + 2$.

Déterminer les images respectives de : $1\ ;\ -1\ ;\frac{2}{3}\ ;\ -\frac{1}{4}$. $\qquad f(x) = -2 \times x^2 + 3 \times x + 2$

$f(1) = -2 \times 1^2 + 3 \times 1 + 2$ $f(1) = -2 \times 1 + 3 \times 1 + 2$ $f(1) = -2 + 3 + 2$ $f(1) = 3$	$f(-1) = -2 \times (-1)^2 + 3 \times (-1) + 2$ $f(-1) = -2 \times 1 + 3 \times (-1) + 2$ $f(-1) = -2 - 3 + 2$ $f(-1) = -3$
$f\left(\frac{2}{3}\right) = -2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 + 3 \times \frac{2}{3} + 2$ $f\left(\frac{2}{3}\right) = -2 \times \frac{2^2}{3^2} + 2 + 2$ $f\left(\frac{2}{3}\right) = -2 \times \frac{4}{9} + 4$ $f\left(\frac{2}{3}\right) = -\frac{8}{9} + 4$ $f\left(\frac{2}{3}\right) = -\frac{8}{9} + \frac{4 \times 9}{1 \times 9}$ $f\left(\frac{2}{3}\right) = -\frac{8}{9} + \frac{36}{9} = \frac{28}{9}$	$f(-\frac{1}{4}) = -2 \times (-\frac{1}{4})^2 + 3 \times (-\frac{1}{4}) + 2$ $f(-\frac{1}{4}) = -2 \times \frac{(-1)^2}{4^2} - \frac{3}{4} + 2$ $f(-\frac{1}{4}) = -2 \times \frac{1}{16} - \frac{3}{4} + 2$ $f(-\frac{1}{4}) = -\frac{1}{8} - \frac{3}{4} + 2$ $f(-\frac{1}{4}) = -\frac{1}{8} - \frac{3 \times 2}{4 \times 2} + \frac{2 \times 8}{1 \times 8}$ $f(-\frac{1}{4}) = \frac{-1 - 6 + 16}{8} = \frac{9}{8}$

3. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ *par* $f(x) = x^3 - x^2 + x + 6$.
   Déterminer les images respectives de : $1\ ;\ -1\ ; 2$ *et* -2 .

$f(1) = 1^3 - 1^2 + 1 + 6$ $f(1) = 1 - 1 + 1 + 6$ $f(1) = 7$	$f(-1) = (-1)^3 - (-1)^2 + (-1) + 6$ $f(-1) = -1 - 1 + (-1) + 6$ $f(-1) = 3$
$f(2) = 2^3 - 2^2 + 2 + 6$ $f(2) = 8 - 4 + 2 + 6$ $f(2) = 12$	$f(-2) = (-2)^3 - (-2)^2 + (-2) + 6$ $f(-2) = -8 - 4 - 2 + 6$ $f(-2) = -8$

4. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\frac{2x+1}{x^2+1}$.
Déterminer les images respectives de : 1 ; -1 ; $\frac{2}{3}$; $-\frac{1}{4}$.

$f(1)=\frac{2\times1+1}{1^2+1}$ $f(1)=\frac{3}{2}$	$f(-1)=\frac{2\times(-1)+1}{(-1)^2+1}$ $f(-1)=\frac{-2+1}{1+1}$ $f(-1)=\frac{-1}{2}$
$f(\frac{2}{3})=\frac{2\times\frac{2}{3}+1}{(\frac{2}{3})^2+1}$ $f(\frac{2}{3})=\frac{\frac{4}{3}+\frac{3}{3}}{\frac{4}{9}+\frac{9}{9}}$ $f(\frac{2}{3})=\frac{\frac{7}{3}}{\frac{13}{9}}$ $f(\frac{2}{3})=\frac{7}{3}\times\frac{9}{13}=\frac{7\times3\times3}{3\times13}=\frac{21}{13}$	$f(-\frac{1}{4})=\frac{2\times(-\frac{1}{4})+1}{(-\frac{1}{4})^2+1}$ $f(-\frac{1}{4})=\frac{-\frac{2}{4}+1}{\frac{1}{16}+1}$ $f(-\frac{1}{4})=\frac{-\frac{2}{4}+\frac{4}{4}}{\frac{1}{16}+\frac{16}{16}}$ $f(-\frac{1}{4})=\frac{\frac{2}{4}}{\frac{17}{16}}$ $f(-\frac{1}{4})=\frac{2}{4}\times\frac{16}{17}=\frac{2\times4\times4}{4\times17}=\frac{8}{17}$

Exercice 3 : Simplifier les expressions suivantes :

$A=\frac{5^{10}}{5^{11}}$ $A=5^{10-11}$ $A=5^{-1}$ $A=\frac{1}{5^1}$ $A=\frac{1}{5}$	$B=\frac{7^{101}}{7^{100}}$ $B=7^{101-100}$ $B=7^1$ $B=7$	$C=\frac{2^{n+1}}{2^n}$ $C=2^{n+1-n}$ $C=2^1$ $C=2$	$D=\frac{3^n}{3^{n+2}}$ $D=3^{n-(n+2)}$ $D=3^{n-n-2}$ $D=3^{-2}$ $D=\frac{1}{3^2}$ $D=\frac{1}{9}$	$E=\frac{2\times3^7}{8\times3^5}$ $E=\frac{2^1}{2^3}\times\frac{3^7}{3^5}$ $E=2^{1-3}\times3^{7-5}$ $E=2^{-2}\times3^2$ $E=\frac{3^2}{2^2}$ $E=\frac{9}{4}$
$F=2^{-1}$ $F=\frac{1}{2^1}$ $F=\frac{1}{2}$	$G=3^{-2}$ $G=\frac{1}{3^2}$ $G=\frac{1}{9}$	$H=(2^{-1})^{-3}$ $H=2^{-1\times(-3)}$ $H=2^3$ $H=8$	$I=3^n\times3^2$ $I=3^{n+2}$	$J=3^n\times3$ $J=3^n\times3^1$ $J=3^{n+1}$
$K=3^n\times3^{2n+1}$ $K=3^{n+2n+1}$ $K=3^{3n+1}$	$L=5^n\times5^{2-n}$ $L=5^{n+2-n}$ $L=5^2$ $L=25$	$M=7+7^{-1}$ $M=7+\frac{1}{7}$ $M=\frac{7\times7}{1\times7}+\frac{1}{7}$ $M=\frac{49}{7}+\frac{1}{7}$ $M=\frac{50}{7}$	$N=2^{-1}+3^{-2}$ $N=\frac{1}{2^1}+\frac{1}{3^2}$ $N=\frac{1}{2}+\frac{1}{9}$ $N=\frac{1\times9}{2\times9}+\frac{1\times2}{9\times2}$ $N=\frac{9}{18}+\frac{2}{18}$ $N=\frac{11}{18}$	$P=\frac{5^3}{5}$ $=\frac{5^3}{5^1}$ $=5^{3-1}$ $=5^2$ $=25$

$Q=\dfrac{5^2\times7^3}{5^3\times7^2}$ $=\dfrac{7^{3-2}}{5^{3-2}}$ $=\dfrac{7^1}{5^1}$ $=\dfrac{7}{5}$	$R=\dfrac{3\times5\times7}{7^2\times3^2}$ $=\dfrac{3^1}{3^2}\times\dfrac{7^1}{7^2}\times5$ $=3^{1-2}\times7^{1-2}\times5$ $=3^{-1}\times7^{-1}\times5$ $=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{7}\times5$ $=\dfrac{5}{21}$	$S=(3y)^2$ $=3^2y^2$ $=9y^2$	$T=(2y)^3$ $=2^3y^3$ $=8y^3$	$U=(\frac{x}{8})^2$ $U=\dfrac{x^2}{8^2}$ $U=\dfrac{x^2}{64}$
$V=\dfrac{15^2}{5^2}$ $V=\dfrac{(3\times5)^2}{5^2}$ $V=\dfrac{3^2\times5^2}{5^2}$ $V=3^2$ $V=9$	$W=\dfrac{15^2}{5}$ $W=\dfrac{15\times15}{5}$ $W=3\times15$ $W=45$	$X=\dfrac{15^2}{5^3}$ $X=\dfrac{15\times15}{5\times5\times5}$ $X=\dfrac{5\times3\times5\times3}{5\times5\times5}$ $X=\dfrac{3\times3}{5}$ $X=\dfrac{9}{5}$	$Y=\dfrac{(3\times7)^4}{3^4\times11^1\times7^2}$ $Y=\dfrac{3^4\times7^4}{3^4\times11\times7^2}$ $Y=\dfrac{7^{4-2}}{11}$ $Y=\dfrac{7^2}{11}$ $Y=\dfrac{49}{11}$	$Z=\dfrac{8^3\times15^2}{9\times5\times16^2}$ $Z=\dfrac{(2^3)^3\times(3\times5)^2}{3^2\times5\times(2^4)^2}$ $Z=\dfrac{2^9\times3^2\times5^2}{3^2\times5^1\times2^8}$ $Z=\dfrac{2^9}{2^8}\times\dfrac{3^2}{3^2}\times\dfrac{5^2}{5^1}$ $Z=2^1\times1\times5^{2-1}$ $Z=2\times5$ $Z=10$

Exercice 4 :

Règles calculatoires sur les racines carrées.

Formules : pour tout a *positif* , $(\sqrt{a})^2=\sqrt{a}\times\sqrt{a}=\sqrt{a^2}=a$

$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$ $\qquad\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ $\qquad\sqrt{a+b}\neq\sqrt{a}+\sqrt{b}$

1. Simplifier, si possible, les écritures suivantes :

$(\sqrt{36})^2=36$; $\sqrt{4^2}=4$; $\sqrt{3}\times\sqrt{3}=(\sqrt{3})^2=3$; $\sqrt{3}\times2\sqrt{3}=2\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}=2\times(\sqrt{3})^2=2\times3=6$

$\sqrt{3}\times2\sqrt{2}=2\times\sqrt{3}\times\sqrt{2}=2\times\sqrt{3\times2}=2\sqrt{6}$; $4\sqrt{3}\times2\sqrt{3}=4\times2\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}=8\times(\sqrt{3})^2=8\times3=24$

$4\sqrt{2}\times2\sqrt{3}=4\times2\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}=8\times\sqrt{2\times3}=8\sqrt{6}$; $(3\sqrt{5})^2=3^2\times(\sqrt{5})^2=9\times5=45$

$(10\sqrt{2})^2=10^2\times(\sqrt{2})^2=100\times2=200$; $\sqrt{\frac{9}{4}}=\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}}=\frac{3}{2}$; $\sqrt{\frac{25}{16}}=\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}}=\frac{5}{4}$; $\sqrt{\frac{5}{4}}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{4}}=\frac{\sqrt{5}}{2}$

$\sqrt{3}+\sqrt{3}=2\sqrt{3}$; $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ $\mathit{simplification\ impossible}$; $\sqrt{3}-2\sqrt{3}=-\sqrt{3}$

$5\sqrt{3}+2\sqrt{7}-2\sqrt{3}+\sqrt{7}-\sqrt{2}=5\sqrt{3}-2\sqrt{3}+2\sqrt{7}+\sqrt{7}-\sqrt{2}=3\sqrt{3}+3\sqrt{7}-\sqrt{2}$

2. Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$ où b est le plus petit entier positif possible.
   $\sqrt{8}$; $\sqrt{500}$; $\sqrt{12}$; $\sqrt{27}$; $\sqrt{75}$; $\sqrt{48}$; $7\sqrt{2}\times5\sqrt{70}$; $\sqrt{32}+5\sqrt{8}-\sqrt{18}$

$\sqrt{8}=\sqrt{4\times2}=\sqrt{4}\times\sqrt{2}=2\sqrt{2}$; $\qquad\sqrt{500}=\sqrt{100\times5}=\sqrt{100}\times\sqrt{5}=10\sqrt{5}$

$\sqrt{12}=\sqrt{4\times3}=\sqrt{4}\times\sqrt{3}=2\sqrt{3}$; $\qquad\sqrt{27}=\sqrt{9\times3}=\sqrt{9}\times\sqrt{3}=3\sqrt{3}$

$\sqrt{75}=\sqrt{25\times3}=\sqrt{25}\times\sqrt{3}=5\sqrt{3}$; $\qquad\sqrt{48}=\sqrt{16\times3}=\sqrt{16}\times\sqrt{3}=4\sqrt{3}$

$7\sqrt{2}\times 5\sqrt{70}$ $7\times\sqrt{2}\times 5\times\sqrt{2\times 35}$ $7\times 5\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{35}$ $7\times 5\times\left(\sqrt{2}\right)^2\times\sqrt{35}$ $7\times 5\times 2\times\sqrt{35}$ $70\sqrt{35}$	$\sqrt{32}+5\sqrt{8}-\sqrt{18}$ $\sqrt{16\times 2}+5\times\sqrt{4\times 2}-\sqrt{9\times 2}$ $\sqrt{16}\times\sqrt{2}+5\times\sqrt{4}\times\sqrt{2}-\sqrt{9}\times\sqrt{2}$ $4\sqrt{2}+5\times 2\times\sqrt{2}-3\sqrt{2}$ $4\sqrt{2}+10\sqrt{2}-3\sqrt{2}$ $(4+10-3)\sqrt{2}$ $11\sqrt{2}$

3.Développer et réduire : $2\sqrt{7}(4-\sqrt{7})$; $\left(2-\sqrt{5}\right)^2$; $\left(3+2\sqrt{5}\right)^2$; $(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2$

$2\sqrt{7}(4-\sqrt{7})$ $2\sqrt{7}\times 4-2\sqrt{7}\times\sqrt{7}$ $2\times 4\times\sqrt{7}-2\times\left(\sqrt{7}\right)^2$ $8\sqrt{7}-2\times 7$ $8\sqrt{7}-14$	$\left(2-\sqrt{5}\right)^2$ $2^2-2\times 2\times\sqrt{5}+\left(\sqrt{5}\right)^2$ $4-4\sqrt{5}+5$ $9-4\sqrt{5}$	$\left(3+2\sqrt{5}\right)^2$ $3^2+2\times 3\times 2\sqrt{5}+\left(2\sqrt{5}\right)^2$ $9+12\sqrt{5}+2^2\times\left(\sqrt{5}\right)^2$ $9+12\sqrt{5}+4\times 5$ $29+12\sqrt{5}$	$(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2$ $(\sqrt{2})^2+2\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2$ $2+2\times\sqrt{2\times 3}+3$ $5+2\sqrt{6}$

Capacité 2 : Développer une expression littérale.

Exercice 1 : Sans les identités remarquables.

Développer et réduire à votre tour les expressions suivantes :

$6+2x(3-x)$ $6+2x\times 3-2x\times x$ $6+6x-2x^2$ $-2x^2+6x+6$	$6-2x(3-x)$ $6-2x\times 3-2x\times(-x)$ $6-6x+2x^2$ $2x^2-6x+6$
$(6+2x)(3-x)$ $6\times 3-6\times x+2x\times 3-2x\times x$ $18-6x+6x-2x^2$ $-2x^2+18$	$(6+2x)-(3-x)$ $6+2x-3+x$ $3x+3$
$5(x^2-2x-1)$ $5x^2-5\times 2x-5\times 1$ $5x^2-10x-5$	$2x-5+3x(2+3x)$ $2x-5+3x\times 2+3x\times 3x$ $2x-5+6x+9x^2$ $9x^2+8x-5$
$2x-5-3x(2+3x)$ $2x-5-3x\times 2-3x\times 3x$ $2x-5-6x-9x^2$ $-4x-5-9x^2$ $-9x^2-4x-5$	$2x-5+(5x-3)(2+3x)$ $2x-5+5x\times 2+5x\times 3x-3\times 2-3\times 3x$ $2x-5+10x+15x^2-6-9x$ $15x^2+3x-11$
$4(3-x)(2x+6)$ $4\times[3\times 2x+3\times 6-x\times 2x-x\times 6]$ $4\times(6x+18-2x^2-6x)$ $4\times(-2x^2+18)$ $4\times(-2x^2)+4\times 18$ $-8x^2+72$	$(2x-5)(x+6)-(x-9)(x+4)$ $2x\times x+2x\times 6-5\times x-5\times 6-[x\times x+x\times 4-9\times x-9\times 4]$ $2x^2+12x-5x-30-(x^2+4x-9x-36)$ $2x^2+7x-30-(x^2-5x-36)$ $2x^2+7x-30-x^2+5x+36$ $x^2+12x+6$

Exercice 2 : Avec les identités remarquables.

Déterminer la forme développée de chacune des expressions suivantes :

$A(x)=(x+9)^2$ $A(x)=x^2+2\times x\times 9+9^2$ $A(x)=x^2+18x+81$	$B(x)=(x-9)^2$ $B(x)=x^2-2\times x\times 9+9^2$ $B(x)=x^2-18x+81$	$C(x)=(x-9)(x+9)$ $C(x)=x^2-9^2$ $C(x)=x^2-81$
$D(x)=(2x+9)^2$ $D(x)=(2x)^2+2\times 2x\times 9+9^2$ $D(x)=4x^2+36x+81$	$E(x)=(2x-9)^2$ $E(x)=(2x)^2-2\times 2x\times 9+9^2$ $E(x)=4x^2-36x+81$	$F(x)=(3-4x)^2$ $F(x)=3^2-2\times 3\times 4x+(4x)^2$ $F(x)=9-24x+16x^2$ $F(x)=16x^2-24x+9$
$G(x)=(3x+1)(3x-1)$ $G(x)=(3x)^2-1^2$ $G(x)=9x^2-1$	$H(x)=(-2x+1)^2$ $H(x)=(-2x)^2+2\times(-2x)\times 1+1^2$ $H(x)=4x^2-4x+1$	$I(x)=(-3x-9)^2$ $I(x)=(-3x)^2-2\times(-3x)\times 9+9^2$ $I(x)=9x^2+54x+81$
$J(x)=(x+1)^2+(x-1)^2$ $J(x)=x^2+2x+1^2+x^2-2x+1^2$ $J(x)=2x^2+2$	$K(x)=(x+1)^2-(x-1)^2$ $K(x)=x^2+2x+1-(x^2-2x+1)$ $K(x)=x^2+2x+1-x^2+2x-1$ $K(x)=4x$	$L(x)=3(5x-6)^2$ $L(x)=3\times[(5x)^2-2\times 5x\times 6+6^2]$ $L(x)=3\times(25x^2-60x+36)$ $L(x)=3\times 25x^2-3\times 60x+3\times 36$ $L(x)=75x^2-180x+108$
$M=5-[3^2+2\times 3\times 2x+4x^2]$ $M=5-(9+12x+4x^2)$ $M=5-9-12x-4x^2$ $M=-4x^2-12x-4$	$N(x)=5(3-4x)(3+4x)$ $N(x)=5\times[3^2-(4x)^2]$ $N(x)=5\times(9-16x^2)$ $N(x)=45-80x^2$ $N(x)=-80x^2+45$	$P(x)=(2x-1)(9-x)^2$ $=(2x-1)\times(9^2-2\times 9\times x+x^2)$ $=(2x-1)\times(81-18x+x^2)$ $=162x-36x^2+2x^3-81+18x-x^2$ $=2x^3-37x^2+180x-81$

Capacité 3 : Factoriser une expression littérale

Exercice 1 : Factoriser avec un facteur commun.

$3x^2+2x$ $3\times x\times x+2\times x$ $x\times(3x+2)$ $x(3x+2)$	$6x-x^2$ $6\times x-x\times x$ $x\times(6-x)$ $x(6-x)$	$3(x-4)+2x(x-4)$ $(x-4)\times[3+2x]$ $(x-4)(2x+3)$	$3x(x-5)+(x-5)(2x+6)$ $(x-5)\times[3x+(2x+6)]$ $(x-5)\times(3x+2x+6)$ $(x-5)(5x+6)$
$3x(x+2)+2x$ $x\times 3(3x+2)+2x$ $x(3(x+2)+2)$ $x(3x+6+2)$ $x(3x+8)$	$x-3x^2$ $x\times 1-3\times x\times x$ $x\times(1-3x)$ $x(1-3x)$	$3x^2-4x+x^3$ $3\times x\times x-4\times x+x\times x\times x$ $x\times(3x-4+x^2)$ $x(x^2+3x-4)$	$3(x-4)-2x(x-4)$ $(x-4)\times[3-2x]$ $(x-4)(-2x+3)$
$3x(x-5)-(x-5)(2x+6)$ $(x-5)\times[3x-(2x+6)]$ $(x-5)\times(3x-2x-6)$ $(x-5)(x-6)$	$(x-2)-5(x-2)(x+3)$ $(x-2)\times 1-(x-2)\times 5\times(x+3)$ $(x-2)\times[1-5\times(x+3)]$ $(x-2)(1-5x-15)$ $(x-2)(-5x-14)$		

Exercice 2 : Factoriser sans facteur commun. (donc avec les identités remarquables)

$A(x) = x^2 - 9$ $A(x) = x^2 - 3^2$ $A(x) = (x-3)(x+3)$	$B(x) = 49 - 81x^2$ $B(x) = 7^2 - (9x)^2$ $B(x) = (7-9x)(7+9x)$	$C(x) = 4x^2 - 81$ $C(x) = (2x)^2 - 9^2$ $C(x) = (2x-9)(2x+9)$
$D(x) = 9x^2 - 36$ $D(x) = (3x)^2 - 6^2$ $D(x) = (3x-6)(3x+6)$	$E(x) = (3-4x)^2 - 25$ $E(x) = (3-4x)^2 - 5^2$ $E(x) = [(3-4x) - 5][(3-5x) + 4]$ $E(x) = (3 - 4x - 5)(3 - 4x + 5)$ $E(x) = (-4x-2)(-4x+8)$	$F(x) = 25 - (3-4x)^2$ $E(x) = 5^2 - (3-4x)^2$ $E(x) = [5 - (3-4x)][5 + (3-5x)]$ $E(x) = (5 - 3 + 4x)(5 + 3 - 4x)$ $E(x) = (2+4x)(8-4x)$

$G(x) = (2x+1)^2 - (x+3)^2$

$G(x) = [(2x+1) - (x+3)][(2x+1) + (x+3)]$

$G(x) = [2x + 1 - x - 3][2x + 1 + x + 3]$

$G(x) = (x-2)(3x+4)$

Capacité 4 : Ecrire une expression littérale sous forme d'un quotient, simplifier un quotient.

Exercice 1 : Ecrire sous forme d'un quotient (on ne s'occupera pas de l'ensemble de définition)

$A = 1 + \frac{2}{x}$ $A = \frac{1}{1} + \frac{2}{x}$ $A = \frac{1 \times x}{1 \times x} + \frac{2}{x}$ $A = \frac{x}{x} + \frac{2}{x}$ $A = \frac{x+2}{x}$	$B = 2 - \frac{6}{x}$ $B = \frac{2 \times x}{1 \times x} - \frac{6}{x}$ $B = \frac{2x-6}{x}$	$C = 1 + \frac{1}{x-3}$ $C = \frac{1 \times (x-3)}{1 \times (x-3)} + \frac{1}{x-3}$ $C = \frac{x-3+1}{x-3}$ $C = \frac{x-2}{x-3}$	$D = \frac{2}{x+1} - 2$ $D = \frac{2}{x+1} - \frac{2 \times (x+1)}{1 \times (x+1)}$ $D = \frac{2 - 2 \times x - 2 \times 1}{x+1}$ $D = \frac{2 - 2x - 2}{x+1}$ $D = \frac{-2x}{x+1}$
$E = \frac{2}{x+1} - 1$ $E = \frac{2}{x+1} - \frac{1 \times (x+1)}{1 \times (x+1)}$ $E = \frac{2 - 1 \times x - 1 \times 1}{x+1}$ $E = \frac{2 - x - 1}{x+1}$ $E = \frac{1-x}{x+1}$	$F = \frac{1}{2} + \frac{3}{x}$ $F = \frac{1 \times x}{2 \times x} + \frac{3 \times 2}{x \times 2}$ $F = \frac{x+6}{2x}$	$G = \frac{2}{x} - \frac{3}{x+1}$ $G = \frac{2 \times (x+1)}{x \times (x+1)} - \frac{3 \times x}{(x+1) \times x}$ $G = \frac{2x + 2 - 3x}{x(x+1)}$ $G = \frac{-x+2}{x(x+1)}$	$H = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} - \frac{5}{x}$ $H = \frac{1 \times 3 \times x}{2 \times 3 \times x} + \frac{1 \times x}{6 \times x} - \frac{5 \times 6}{x \times 6}$ $H = \frac{3x + x - 30}{6x}$ $H = \frac{4x - 30}{6x}$ $= \frac{2 \times (2x - 15)}{2 \times 3x} = \frac{2x - 15}{3x}$
$I = \frac{1}{x} - \frac{1}{2x} - \frac{1}{3x}$ $I = \frac{1 \times 6}{x \times 6} - \frac{1 \times 3}{2x \times 3} - \frac{1 \times 2}{3x \times 2}$ $I = \frac{6 - 3 - 2}{6x}$ $I = \frac{1}{6x}$	$J = \frac{1}{x^2 - 2x + 1} - 1$ $J = \frac{1}{x^2 - 2x + 1} - \frac{1 \times (x^2 - 2x + 1)}{1 \times (x^2 - 2x + 1)}$ $J = \frac{1 - x^2 + 2x - 1}{x^2 - 2x + 1}$ $J = \frac{-x^2 + 2x}{x^2 - 2x + 1}$		

Exercice 2 : Simplifier, si possible, les écritures fractionnaires suivantes.

$A=\frac{2x+4}{2}$ $A=\frac{2\times x+2\times 2}{2\times 1}$ $A=\frac{2\times(x+2)}{2\times 1}$ $A=\frac{(x+2)}{1}$ $A=x+2$	$B=\frac{3x-6}{2}$ $B=\frac{3}{2}x-\frac{6}{2}$ $B=\frac{3}{2}x-3$	$C=\frac{5x+15}{5}$ $C=\frac{5\times x+5\times 3}{5}$ $C=\frac{5\times(x+3)}{5}$ $C=x+3$	$D=\frac{5x+1}{5}$ $D=\frac{5x}{5}+\frac{1}{5}$ $D=x+\frac{1}{5}$
$E=\frac{4x+8}{2x+6}$ $E=\frac{2\times 2x+2\times 4}{2\times x+2\times 3}$ $E=\frac{2\times(2x+4)}{2\times(x+3)}$ $E=\frac{2x+4}{x+3}$	$F=\frac{\frac{2}{x}}{\frac{3}{x}}$ $F=\frac{2}{x}\times\frac{x}{3}$ $F=\frac{2}{3}$	$G=\frac{\frac{2x+1}{2}}{8}$ $G=\frac{2x+1}{2\times 8}$ $G=\frac{2x+1}{16}$ $G=\frac{2x}{16}+\frac{1}{16}$ $G=\frac{x}{8}+\frac{1}{16}$	$H=\frac{\frac{1}{x}+2}{\frac{1}{x}-2}$ $H=\frac{\frac{1}{x}+\frac{2x}{x}}{\frac{1}{x}-\frac{2x}{x}}$ $H=\frac{\frac{1+2x}{x}}{\frac{1-2x}{x}}$ $H=\frac{1+2x}{x}\times\frac{x}{1-2x}$ $H=\frac{1+2x}{1-2x}$
$I=\frac{\frac{1}{x^2}}{\frac{3}{x}}$ $I=\frac{1}{x^2}\times\frac{x}{3}$ $I=\frac{1\times x}{x\times x\times 3}$ $I=\frac{1}{3x}$	$J=\frac{\frac{1}{x}}{\frac{3}{x^2}}$ $J=\frac{1}{x}\times\frac{x^2}{3}$ $J=\frac{1\times x\times x}{x\times 3}$ $J=\frac{x}{3}$	$K=\frac{x^2+3x}{4x-x^2}$ $K=\frac{x\times(x+3)}{x\times(4-x)}$ $K=\frac{x+3}{4-x}$	$L=\frac{3x^2+1}{x^2+5x}$ On ne peut pas simplifier car le numérateur n'est pas factorisable.

Capacité 5 : Résoudre une équation, une inéquation du premier degré.

Exercice : Résoudre dans $\mathbb{R}$:

$2x-4=0$ $2x-4+4=0+4$ $2x=4$ $\frac{2x}{2}=\frac{4}{2}$ $x=2$ $S=\{2\}$	$\frac{3}{4}t+7=1$ $\frac{3}{4}t+7-7=1-7$ $\frac{3}{4}t=-6$ $\frac{\frac{3}{4}t}{\frac{3}{4}}=\frac{-6}{\frac{3}{4}}$ $t=-6\times\frac{4}{3}$ $t=-\frac{24}{3}=-8$ $S=\{-8\}$	$2(x-4)=x+3$ $2\times x-2\times 4=x+3$ $2x-8=x+3$ $2x-x=3+8$ $x=11$ $S=\{11\}$	$x+1=2-8x$ $x+8x=2-1$ $9x=1$ $x=\frac{1}{9}$ $S=\{\frac{1}{9}\}$

$7x-13\geq 1$ $7x-13+13\geq 1+13$ $7x\geq 14$ $\frac{7x}{7}\geq\frac{14}{7}$ $x\geq 2$ $S=[2;+\infty[$	$x+1<-2x$ $x+2x<-1$ $3x<-1$ $x<-\frac{1}{3}$ $S=]-\infty;-\frac{1}{3}[$	$-2x+10\leq 12x+150$ $-2x-12x\leq 150-10$ $-14x\leq 140$ $\frac{-14x}{-14}\geq\frac{140}{-14}$ $x\geq -10$ $S=[-10;+\infty[$	$\frac{x}{2}>2(x-1)$ $2\times\frac{x}{2}>2\times 2(x-1)$ $x>4\times(x-1)$ $x>4\times x-4\times 1$ $x>4x-4$ $x-4x>-4$ $-3x>-4$ $\frac{-3x}{-3}<\frac{-4}{-3}$ $x<\frac{4}{3}$ $S=]-\infty;\frac{4}{3}[$

Capacité 6 : Résoudre une équation.

Exercice 1 : Résoudre les équations suivantes :

$x^2=8$ $8>0$ $x=\sqrt{8}\ ou\ x=-\sqrt{8}$ $x=\sqrt{4\times 2}\ ou\ x=-\sqrt{8}$ $x=\sqrt{4}\times\sqrt{2}\ ou\ x=-\sqrt{8}$ $x=2\sqrt{2}\ ou\ x=-2\sqrt{2}$ $S=\{-2\sqrt{2};\ 2\sqrt{2}\}$	$(2x-5)(3x+4)=0$ $2x-5=0\ ou\ 3x+4=0$ $2x=5\ ou\ 3x=-4$ $x=\frac{5}{2}\ ou\ x=-\frac{4}{3}$ $S=\{-\frac{4}{3}\ ;\ \frac{5}{2}\}$	$8x^2-16=0$ $8x^2=16$ $x^2=\frac{16}{8}$ $x^2=2$ $2>0$ $x=\sqrt{2}\ ou\ x=-\sqrt{2}$ $S=\{-\sqrt{2}\ ;\ \sqrt{2}\}$	$(3x-1)-(x-4)=0$ $3x-1-x+4=0$ $2x+3=0$ $2x=-3$ $x=-\frac{3}{2}$ $S=\{-\frac{3}{2}\}$
$6x^2-2x=0$ $2x\times 3x-2x\times 1=0$ $2x\times(3x-1)=0$ $2x=0$ ou $3x-1=0$ $x=\frac{0}{2}\ ou\ 3x=1$ $x=0$ ou $x=\frac{1}{3}$ $S=\{0\ ;\ \frac{1}{3}\}$	$9-(2x+1)^2=0$ $3^2-(2x+1)^2=0$ $[3-(2x+1)]\times[3+(2x+1)]=0$ $(3-2x-1)\times(3+2x+1)=0$ $(-2x+2)\times(2x+4)=0$ $-2x+2=0\ ou\ 2x+4=0$ $-2x=-2$ ou $2x=-4$ $x=\frac{-2}{-2}\ ou\ x=\frac{-4}{2}$ $x=1\ ou\ x=-2$ $S=\{-2\ ;\ 1\}$	$\frac{1-3x}{x+8}=0$ $il\ faut\ que : x\neq(-8)$ $1-3x=0$ $-3x=-1$ $x=\frac{-1}{-3}$ $x=\frac{1}{3}$ $S=\{\frac{1}{3}\}$	$\frac{5-2x}{3+3x}=4$ $il\ faut\ que :\ 3+3x\neq 0$ $3x\neq -3$ $x\neq -\frac{3}{3}$ $x\neq -1$ $\frac{5-2x}{3+3x}=\frac{4}{1}$ Par produit en croix, $1(5-2x)=4(3+3x)$ $5-2x=12+12x$ $-7=14x$ $x=-\frac{7}{14}=-\frac{1}{2}$ $S=\{-\frac{1}{2}\}$

Autre méthode pour la dernière équation :

$$\frac{5-2x}{3+3x}=4\Leftrightarrow\frac{5-2x}{3+3x}-4=0\Leftrightarrow\frac{5-2x}{3+3x}-\frac{4x(3+3x)}{1\times(3+3x)}=0\ \Leftrightarrow\frac{5-2x-4\times(3+3x)}{3+3x}=0\ \Leftrightarrow\frac{5-2x-4\times 3-4\times 3x}{3+3x}=0$$

$$\Leftrightarrow\frac{5-2x-12-12x}{3+3x}=0\ \Leftrightarrow\frac{-7-14x}{3+3x}=0\ \Leftrightarrow\ -7-14x=0\ \Leftrightarrow -14x=7\Leftrightarrow x=\frac{7}{-14}\ \Leftrightarrow\ x=-\frac{1}{2}\ donc\ S=\{-\frac{1}{2}\}$$

Exercice 2 :

1. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de la courbe C et de la droite d d'équations respectives : $y = x^2 - 2x + 3 \quad et\ y = 3x + 3$.
   Les points d'intersection de deux courbes sont les points $M(x; y)$ dont les coordonnées x et y vérifient les deux équations de courbe. Donc il s'agit ici de résoudre le système :
   $\begin{cases} y = x^2 - 2x + 3 \\ y = 3x + 3 \end{cases}$, par substitution on obtient l'équation suivante :

$$x^2 - 2x + 3 = 3x + 3$$

$$\begin{aligned} & x^2 - 2x - 3x = 3 - 3 \\ & x^2 - 5x = 0 \\ & on\ factorise\ par\ x : \\ & x(x-5) = 0 \\ & c'est\ une\ équation\ produit\ nul\ donc : \\ & x = 0 \quad ou\ x - 5 = 0 \\ & x = 0 \quad ou\ x = 5 \end{aligned}$$

$Pour\ x = 0, \quad y = 3 \times 0 + 3 = 3 \qquad\qquad Pour\ x = 5, \quad y = 3 \times 5 + 3 = 18$

Conclusion : Les deux courbes admettent deux points d'intersection : $\boldsymbol{A(0\,;3) \quad et \quad B(5\,;18)}$

2. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de la courbe C d'équation : $y = 2x^2 - 7$ avec l'axe des ordonnées.
   L'axe des ordonnées est la droite « verticale » d'équation $\boldsymbol{x = 0}$.
   Les coordonnées des points d'intersection vérifient le système suivant : $\begin{cases} x = 0 \\ y = 2x^2 - 7 \end{cases}$
   Donc $\quad x = 0 \ \ et \quad y = 2 \times 0^2 - 7 = -7$
   Conclusion : Un seul point d'intersection, La courbe coupe l'axe des ordonnées au point $\boldsymbol{M(\,0\,;\ -7)}$

3. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la courbes C d'équation : $y = 2x^2 - 7$ avec l'axe des abscisses.
   L'axe des abscisses est la droite d'équation $\boldsymbol{y = 0}$.
   Les coordonnées des points d'intersection vérifient le système suivant : $\begin{cases} y = 0 \\ y = 2x^2 - 7 \end{cases}$
   Donc il s'agit de résoudre : $2x^2 - 7 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 = 7 \Leftrightarrow x^2 = \frac{7}{2} \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{7}{2}} \quad ou \quad x = -\sqrt{\frac{7}{2}}$
   Conclusion :La courbe coupe l'axe des abscisses en deux points : $\boldsymbol{C\left(-\sqrt{\frac{7}{2}}; 0\right) \quad et \quad D\left(\sqrt{\frac{7}{2}}; 0\right)}$

4. Déterminer les coordonnées des points d'intersection des courbes C et C' d'équations respectives : $y = \frac{3+x}{x+1} \quad et\ y = \frac{2+x}{x-5}$.

Attention, quotient !! Il faut penser aux valeurs interdites…-1 et 5.
En effet, pour qu'une écriture fractionnaire soit définie, il faut que son dénominateur soit non nul, ce qui donne ici : $x + 1 \ \neq 0\ et\ x - 5 \ \neq 0 \ \ .Soit\ x \neq -1\ et\ x \neq 5$.
On travaille donc sur $\mathbb{R} - \{-1\,; 5\}$.

Comme précédemment les coordonnées des points d'intersection vérifient les deux équations des courbes donc il faut résoudre : $\begin{cases} y = \frac{3+x}{x+1} \\ y = \frac{2+x}{x-5} \end{cases}$

Donc on résout $\frac{3+x}{x+1} = \frac{2+x}{x-5}$

En utilisant le produit en croix cela donne : $(3 + x)(x - 5) = (2 + x)(x + 1)$
On développe :

$$\begin{aligned} & 3x - 15 + x^2 - 5x = 2x + 2 + x^2 + x \\ & x^2 - x^2 + 3x - 5x - 2x - x = 15 + 2 \\ & -5x = 17 \\ & x = -\frac{17}{5} \end{aligned}$$

Puis on calcule y en remplaçant x par $-\frac{17}{5}$ $dans$ une des $deux$ $équations$ de $courbes$:

$$y = \frac{3+\frac{-17}{5}}{-\frac{17}{5}+1} = \frac{\frac{15-17}{5}}{\frac{-17+5}{5}} = \frac{\frac{-2}{5}}{\frac{-12}{5}} = \frac{-2}{5} \times \frac{5}{-12} = \frac{1}{6}$$

Conclusion :Ces deux courbes admettent un seul point d'intersection : le point $E(-\frac{17}{5} ; \frac{1}{6})$

Exercice 3 :

Soit $f(x) = (x-3)^2 - (2x-5)^2$.

1. Démontrer que pour $pour\ tout\ x\ réel,\ f(x) = -3x^2 + 14x - 16 \quad et\ f(x) = (2-x)(3x-8)$.

a) On reconnaît l'identité remarquable $(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})^2$ à développer :

$f(x) = (x-3)^2 - (2x-5)^2 = (x^2 - 6x + 9) - (4x^2 - 20x + 25)$
$f(x) = x^2 - 6x + 9 - 4x^2 + 20x - 25$
$f(x) = -3x^2 + 14x - 16$ $\qquad CQFD\ !\ \ (ce\ qu'il\ fallait\ démontrer)$

b) deux méthodes sont possibles :

1ère méthode :
On factorise $f(x)$ en reconnaissant l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

$f(x) = (x-3)^2 - (2x-5)^2$

$f(x) = [(x-3) - (2x-5)][(x-3) + (2x-5)]$

$f(x) = (x - 3 - 2x + 5)(x - 3 + 2x - 5)$

$f(x) = (-x+2)(3x-8)$
$f(x) = (2-x)(3x-8)$

$CQFD$

2ère méthode :
On part de la conclusion sans écrire $f(x)$ et on développe :

$$(2-x)(3x-8) = 6x - 16 - 3x^2 + 8x = -3x^2 + 14x - 16$$
$= f(x)$ grâce à la réponse du a)

2. Quel est le nom de chacune de ces deux formes ?
$-3x^2 + 14x - 16$ est **la forme développée** de $f(x)$
$(2-x)(3x-8)$ est **la forme factorisée** de $f(x)$

3. En utilisant la forme la plus adaptee :
a. Calculer $f(0)$ b. Résoudre $f(x) = 0$ c. Calculer $f(2)$ d. $Résoudre$ $f(x) = -16$.

a) $f(0) = -16$ (avec la forme développée)

b) Pour résoudre $f(x) = 0$, on choisit la forme factorisée :
$(2-x)(3x-8) = 0 \Leftrightarrow 2 - x = 0 \quad ou \quad 3x - 8 = 0 \quad \Leftrightarrow 2 = x\ \ ou\ 3x = 8 \quad \Leftrightarrow x = 2\ ou\ x = \frac{8}{3}$ $\qquad S = \left\{2 ; \frac{8}{3}\right\}$

c) $f(2) = (2-2)(3 \times 2 - 8) = 0 \times (-2) = 0$

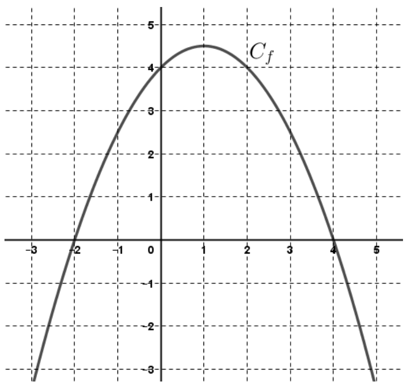
d) Pour résoudre $f(x) = -16$, on choisit la forme développée :

$$-3x^2 + 14x - 16 = -16$$
$$-3x^2 + 14x = -16 + 16$$
$$-3x^2 + 14x = 0$$
$$x(-3x + 14) = 0$$
$$x = 0 \quad ou \quad -3x + 14 = 0$$
$$x = 0 \quad ou \quad -3x = -14$$
$$x = 0 \quad ou \quad x = \frac{14}{3}$$
$$Conclusion : \quad S = \left\{0\,;\,\frac{14}{3}\right\}$$

Capacité 7: Lectures graphiques.

Exercice 1 :

On donne ci-contre la courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-3; 5]$. Répondre aux questions suivantes en utilisant ce graphique.



1) Donner la valeur de $f(0)$. $f(0) = 4$
2) Donner l'image de 2 par f. $f(2) = 4$
3) Quels sont les antécédents de 2 par f ?
   Les antécédents sont environ : $-1{,}2$ *et* $3{,}2$.
4) Quelles sont les solutions de l'équation $f(x) = 0$?
   $S = \{-2\,;4\}$
5) Quelles sont les solutions de l'inéquation $f(x) \leq 4$?
   $S = [-3; 0] \cup [2\,; 5]$

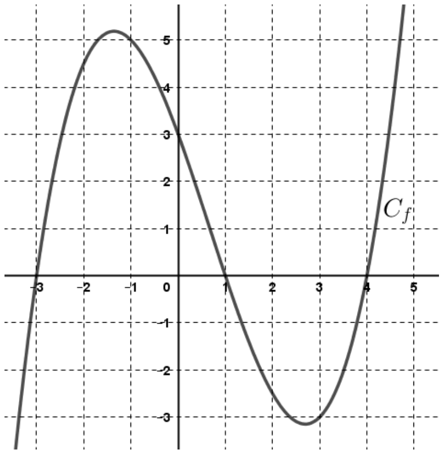
6) Dresser le tableau de variation de f.

x	-3		1		5
Variation de f			4,5		
		↗		↘	
	-3,2				-3,2

7) Le maximum de f *est* 4,5. *Il est atteint en* 1 (*ou pour* $x = 1$).
8) Dresser le tableau de signe de f.

x	-3		-2		4		5
Signe de f		$-$	0	$+$	0	$-$	

Exercice 2 :



On donne ci-contre la courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-3{,}5; 4{,}8]$. Répondre aux questions suivantes en utilisant ce graphique.

1) Donner la valeur de $f(0)$. $f(0) = 3$
2) Donner l'image de 3 par f. $f(3) = -3$
3) Quels sont les antécédents de -1 par f ?
   Les antécédents de f sont environ : $-3{,}2$; $1{,}3$ *et* $3{,}8$
4) Quelles sont les solutions de l'équation $f(x) = 0$?
   $S = \{-3; 1 ; 4\}$
5) Dresser le tableau de variation de f.

x	-3,5	-1,5	2,7	4,8
Variation de f		5,1		5,8
	-3,6		-3, 1	

6) Dresser le tableau de signe de f.

x	-3,5		-3		1		4		4,8
Signe de f		−	0	+	0	−	0	+	

Exercice 3 : On considère le tableau de variation d'une fonction g:

x	-10	-6	-2	1	5	12
Variations de g	6				3	
			-4			1

1. Donner 3 exemples de nombres dont les images sont positives :
   Toute valeur entre 5 et 12
2. On sait de plus que la fonction s'annule pour $x = -6$ *et pour* $x = 1$. Compléter le tableau avec ces valeurs. (c'est déjà fait pour $x = -6$)

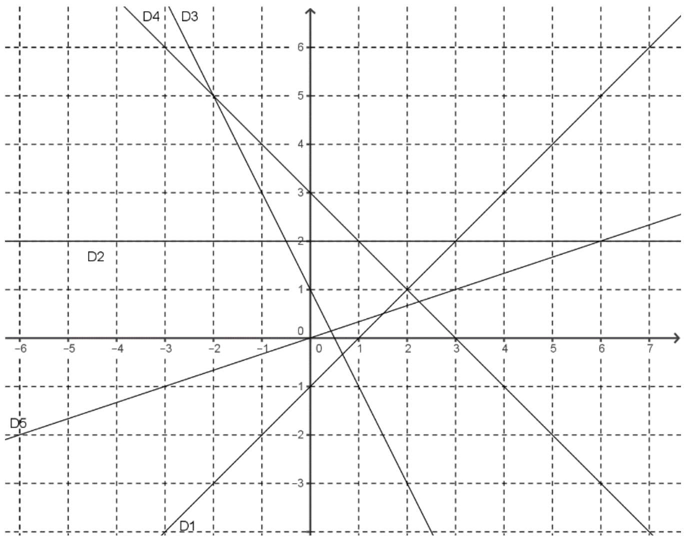
x	-10		-6		1		12
Signe de $g(x)$		+	0	−	0	+	

Capacité 8 : Equations de droites.

Exercice 1 :

a) Pour chacune des droites, compléter

Droite	Coefficient directeur	Ordonnée à l'origine
D1	1	-1
D2	0	2
D3	-2	1
D4	-1	3
D5	1/3	0



b) En déduire l'équation de chaque droite.

$D1$: $y = 1x - 1 = x - 1$

$D2$: $y = 0x + 2 = 2$

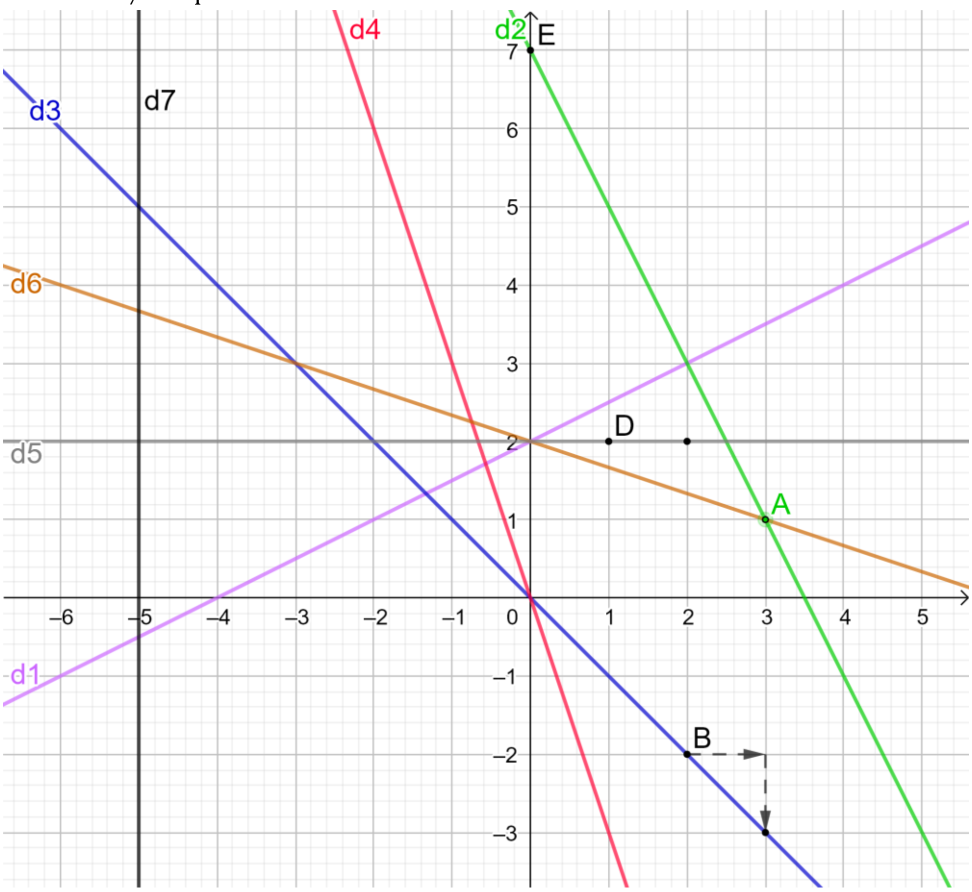
$D3$: $y = -2x + 1$

$D4$: $y = -1x + 3$

$D5$: $y = \frac{1}{3}x$

Exercice 2 : Représenter dans un repère orthogonal :

- La droite d_1 d'équation $y = 0{,}5\,x + 2$
- La droite d_2 passant par le point $A(3;1)$ et d'ordonnée à l'origine 7
- La droite d_3 passant par le points $B(2;\ -2)$et de coefficient directeur -1.
- La droite d_4 d'équation: $y = -3x$.
- La droite d_5 passant par D(1 ; 2) et de coefficient directeur 0.
- La droite d_6 d'équation: $y = -\frac{1}{3}x + 2$
- La droite d_7 d'équation: $x = -5$.



Exercice 3 :

1. On désire déterminer l'équation de la droite passant par les points $A(5\,;\,6)$ *et* $B(7\,;\,-2)$.
   L'équation recherchée est de la forme $y = mx + p$.
   a) Déterminer, par le calcul, le coefficient directeur m de la droite.
   $$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-2-6}{7-5} = -\frac{8}{2} = -4$$
   b) L'équation de la droite (AB) est alors de la forme $y = -4x + p$.
   c) Remplacer x *et* y par les coordonnées de A. En déduire la valeur de p.
   A(5 ; 6) appartient à la droite (AB) donc ses coordonnées vérifient l'équation de la droite.
   D'où $6 = -4 \times 5 + p \quad \Leftrightarrow 6 + 20 = p \quad donc\ p = 26$
   d) Déterminer alors l'équation de la droite (AB).
   L'équation est donc $y = -4x + 26$.

   Remarque : On peut vérifier que les coordonnées du point B vérifient bien cette équation.
   $$y = -4 \times 7 + 26 = -28 + 26 = -2 = y_B \text{ !!!!}$$

2. Déterminer l'équation de la droite passant par les points $M(-5\,;\,-14)$ *et* $N(1\,;\,4)$.
   Déterminons, par le calcul, le coefficient directeur m de la droite.
   $$m = \frac{y_N - y_M}{x_N - x_M} = \frac{4-(-14)}{1-(-5)} = \frac{14+4}{1+5} = \frac{18}{6} = 3$$
   L'équation de la droite (MN) est alors de la forme $y = 3x + p$.
   Remplaçons x *et* y par les coordonnées de M.
   M(-5 ; -14) appartient à la droite (MN) donc ses coordonnées vérifient l'équation de la droite.
   D'où $-14 = 3 \times (-5) + p \quad \Leftrightarrow -14 + 15 = p \quad donc\ p = 1$
   Déterminer alors l'équation de la droite (MN).
   L'équation est donc $y = 3x + 1$.

Remarque : On peut vérifier que les coordonnées du point N vérifient bien cette équation.

$$y = 3 \times 1 + 1 = 3 + 1 = 4 = y_N \text{ !!!!}$$

3. Le point R(10, 31) appartient-il à une de ces deux droites ?

Remplaçons $x\ par$ 10 dans chacune des équations :

$$y = -4x + 26 = -4 \times 10 + 26 = -40 + 26 = -14 \neq 31 \quad donc\ R \notin (AB)$$

$$y = 3x + 1 = 3 \times 10 + 1 = 30 + 1 = 31 = y_R \quad donc\ R \in (MN)$$

Capacité 9 : Etudier le signe d'une fonction.

Remarque préalable : Il est possible que les méthodes que vous avez vues en classe avec votre professeur ne soient pas celles utilisées dans ce corrigé. Vos méthodes restent bonnes ! Il vous suffit de vérifier que vos tableaux correspondent à ceux de ce corrigé.

Exercice : Dresser le tableau de signe des fonctions suivantes :

1. $g(x) = -2x + 3$ $\qquad\qquad$ $h(x) = x + 5$

- $g(x) = -2x + 3$ est une fonction affine.

Résolvons tout d' abord: $g(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad -2x + 3 = 0 \ \Leftrightarrow 3 = 2x \ \Leftrightarrow \frac{3}{2} = x \ \Leftrightarrow x = 1{,}5$

Le coefficient directeur m=-2 est négatif ; la fonction g est décroissante, nous irons donc du « positif au négatif »

x	$-\infty$		1,5		$+\infty$
Signe de $g(x)$		+	0	−	

- $h(x) = x + 5$ est une fonction affine

Résolvons tout d' abord $h(x) = 0$ $\Leftrightarrow x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = -5$ m= 1>0

Le coefficient directeur m=1 est positif ; la fonction h est croissante, nous irons donc du « négatif au positif»

x	$-\infty$		-5		$+\infty$
Signe de $h(x)$		$-$	0	$+$	

2. $f(x) = (2x + 1)(x - 3)$ $j(x) = (-2x + 6)(3 + x)$ $k(x) = 4x^2 - 3x$

- $f(x) = (2x + 1)(x - 3)$

Recherchons les valeurs annulant f : Résolvons $f(x) = 0$.

$(2x + 1)(x - 3) = 0$
$2x + 1 = 0$ ou $x - 3 = 0$
$x = -\frac{1}{2}$ ou $x = 3$.

Dressons le tableau de signe :

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		3		$+\infty$
$2x + 1$		$-$	0	$+$		$+$	
$x - 3$		$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

- $j(x) = (-2x + 6)(3 + x)$

Recherchons les valeurs annulant j : Résolvons $j(x) = 0$.

$(-2x + 6)(3 + x) = 0$
$-2x + 6 = 0$ ou $3 + x = 0$
$x = 3$ ou $x = -3$.

Dressons le tableau de signe :

x	$-\infty$		-3		3		$+\infty$
$-2x + 6$		$+$		$+$	0	$-$	
$3 + x$		$-$	0	$+$		$+$	
$j(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

- $k(x) = 4x^2 - 3x$

Factorisons $k(x)$: $k(x) = 4x^2 - 3x = x(4x - 3)$

En effet, les tableaux de signe reposent sur la règle des signes, vue au collège, sur le signe d'un produit ou d'un quotient. (le produit ou le quotient de deux expressions de signes contraires est négatif ; celui de deux expressions de même signe est positif) . Il nous faut donc nous ramener à un produit, d'où la factorisation !!!

Recherchons les valeurs annulant k : Résolvons $k(x) = 0$.

$x(4x - 3) = 0$
$x = 0$ ou $4x - 3 = 0$
$x = 0$ ou $x = \frac{3}{4}$.

Dressons le tableau de signe :

x	$-\infty$		0		$\frac{3}{4}$		$+\infty$
x		$-$	0	$+$	|	$+$	
$4x-3$		$-$	|	$-$	0	$+$	
$k(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

3. $l(x) = \frac{2x+1}{2-x}$ $\quad$ $m(x) = \frac{1-3x}{-1-x}$ $\quad$ $n(x) = 1 - \frac{1}{x}$.

(Attention à la valeur interdite)

- $l(x) = \frac{2x+1}{2-x}$

Recherchons la ou les valeurs annulant l :

Résolvons $l(x) = 0$.

$\frac{2x+1}{2-x} = 0$

$2x + 1 = 0$ ***et*** $2 - x \neq 0$

$x = -\frac{1}{2}$ et $x \neq 2$.

Remarque : On rappelle que 2 est la valeur interdite de la fonction f.

- En effet, si $x = 2$;le dénominateur est nul; ce qui est impossible.

- Dans le tableau ci-dessous, la valeur interdite sera représentée par une double barre.

Dressons le tableau de signe :

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
$2x+1$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$2-x$		$+$	|	$+$	0	$-$	
$l(x)$		$-$	0	$+$	||	$-$	

- $m(x) = \frac{1-3x}{-1-x}$

Recherchons la ou les valeurs annulant m :

Résolvons $m(x) = 0$.

$\frac{1-3x}{-1-x} = 0$

$1 - 3x = 0$ ***et*** $-1 - x \neq 0$

$x = \frac{1}{3}$ et $x \neq -1$.

Dressons le tableau de signe :

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
$1-3x$		$+$	|	$+$	0	$-$	
$-1-x$		$+$	0	$-$	|	$-$	
$m(x)$		$+$	||	$-$	0	$+$	

- $n(x) = 1 - \frac{1}{x}$.

Ecriture de $n(x)$ sous forme d'un quotient. $n(x) = 1 - \frac{1}{x} = \frac{x}{x} + \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x}$

En effet, rappelons-nous : les tableaux de signe reposent sur la règle des signes du produit et du quotient ; d'où la nécessité de l'écrire sous forme d'un quotient ici.

Recherchons la ou les valeurs annulant n :

Résolvons $n(x) = 0$.

$$\frac{x-1}{x} = 0$$

$$x - 1 = 0 \; \boldsymbol{et} \; x \neq 0$$

$$x = 1 \; et \; x \neq 0.$$

Dressons le tableau de signe :

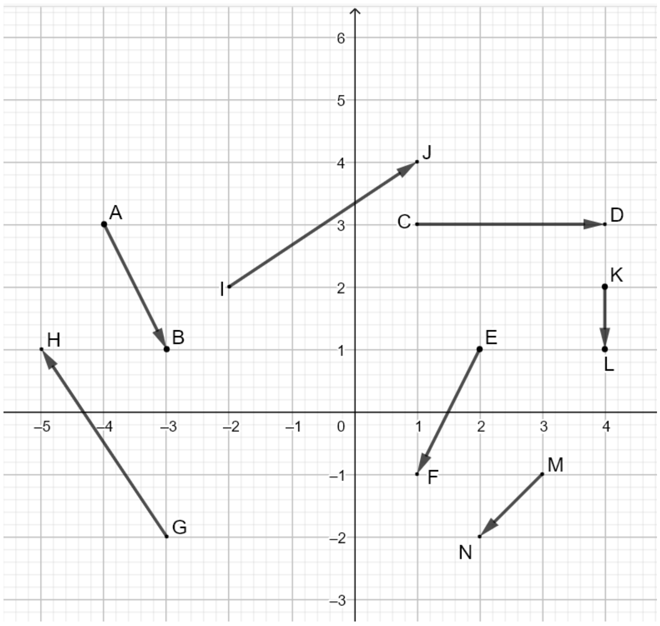
x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$x-1$		$-$	|	$-$	0	$+$	
x		$-$	0	$+$	|	$+$	
$n(x)$		$+$	||	$-$	0	$+$	

Capacité 10 : Les vecteurs.

Exercice 1 :

1. Lire, dans le repère ci-contre, les coordonnées des vecteurs représentés :

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}$	$\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}3\\0\end{pmatrix}$	$\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix}$
$\overrightarrow{GH}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$	$\overrightarrow{IJ}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$	$\overrightarrow{KL}\begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix}$
$\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}-1\\-1\end{pmatrix}$		



2. Dans un repère, on considère les points A$(2\,;1)$; B$(3\,;\,-4)$ et C$(2\,;\,0)$.
   On veut placer un point M$(x; y)$ tel que : $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.
   a. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B - x_A\\ y_B - y_A\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3-2\\-4-1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\-5\end{pmatrix} \quad et \quad \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}x_C - x_A\\ y_C - y_A\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2-2\\0-1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix}$$

   b. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. $\begin{pmatrix}1\\-5\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\-6\end{pmatrix}$

   c. Exprimer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AM}$ $en\ fonction\ de\ x\ et\ de\ y$.

$$\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x_M - x_A\\ y_M - y_A\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}x-2\\y-1\end{pmatrix}$$

d. Déterminer alors les coordonnées de M.

Comme $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$, *alors* $\binom{x-2}{y-1} = \binom{1}{-6}$

Ce qui donne : $\begin{cases} x-2=1 \\ y-1=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2+1=3 \\ y=1-6=\ -5 \end{cases}$.

Les coordonnées de M sont $(3\ ;\ -5)$

3. Dans un repère, on considère les points A(3 ; -1) ; B(0 ; 5) et C(-4 ; 1).

On veut placer un point M$(x; y)$ tel que : $\overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB}$.

a. Calculer les coordonnées de $2\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB}$.

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0-3 \\ 5-(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \end{pmatrix} \quad et \quad \overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4-0 \\ 1-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \end{pmatrix}$$

Donc

les coordonnées de $2\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB}$ *sont*: $2 \times \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8-(-3) \\ -8-6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -14 \end{pmatrix}$

b. Exprimer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{BM}$ *en fonction de x et de y*.

$$\overrightarrow{BM}\begin{pmatrix} x_M - x_B \\ y_M - y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-0 \\ y-5 \end{pmatrix}$$

c. Déterminer alors les coordonnées de M.

Comme $\overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB}$, *alors* $\binom{x}{y-5} = \binom{-5}{-14}$

Ce qui donne : $\begin{cases} x=-5 \\ y-5=-14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-5 \\ y=-14+5=\ -9 \end{cases}$.

Les coordonnées de M sont $(-5\ ;\ -9)$

Exercice 2 : Simplifier, au maximum, les expressions suivantes en utilisant la relation de Chasles :

Soient R,S,T,U et V des points du plan.

a. $\overrightarrow{RT} + \overrightarrow{TU} = \overrightarrow{RU}$
b. $\overrightarrow{TU} + \overrightarrow{US} = \overrightarrow{TS}$
c. $\overrightarrow{TU} + \overrightarrow{VT} = \overrightarrow{VT} + \overrightarrow{TU} = \overrightarrow{VU}$
d. $\overrightarrow{TU} - \overrightarrow{TU} = \vec{0}$
e. $\overrightarrow{TU} + \overrightarrow{US} + \overrightarrow{SR} = \overrightarrow{TS} + \overrightarrow{SR} = \overrightarrow{TR}$

Exercice 3 :

1. Dire si les vecteurs suivants sont (ou ne sont pas) colinéaires.

a. $\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ 9 \end{pmatrix}$ $et\ \vec{v}\begin{pmatrix} -6 \\ -27 \end{pmatrix}$.

$det(\vec{u}, \vec{v}) = xy' - yx' = 2 \times (-27) - 9 \times (-6) = -54 + 54 = 0$ *donc les vecteurs sont colinéaires.*

ou

$\vec{v} = -3\vec{u}$ *donc les vecteurs sont colinéaires*

b. $\vec{u}\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ $et\ \vec{v}\begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}$.

$det(\vec{u}, \vec{v}) = xy' - yx' = 4 \times 3 - (-2) \times 6 = 12 + 12 \neq 0$ *donc les vecteurs ne sont pas colinéaires.*

2. On considère les points suivants : R(-4 ; 1) ; S(3 ; -2) ; T(5 ; 7) et $U(13{,}4\,;3{,}4)$.
Les droites (RS) et (TU) sont-elles parallèles ?

On calcule les coordonnées : $\overrightarrow{RS}\begin{pmatrix}3-(-4)\\-2-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7\\-3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{TU}\begin{pmatrix}13{,}4-5\\3{,}4-7\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8{,}4\\-3{,}6\end{pmatrix}$

$det\left(\overrightarrow{RS},\overrightarrow{TU}\right)=xy'-yx'=7\times(-3{,}6)-(-3)\times 8{,}4=-25{,}2+25{,}2=0$ $donc$ les vecteurs : $\overrightarrow{RS}$ et $\overrightarrow{TU}$ sont colinéaires.

Donc Les droites (RS) et (TU) sont parallèles.

3. On considère les points suivants : R(-4 ; 1) ; S(-1 ; -2) ; T(5 ; -5).
Les points R, S et T sont-ils alignés ?
Les points sont alignés si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{RS}$ et $\overrightarrow{RT}$ sont colinéaires
On calcule les coordonnées : $\overrightarrow{RS}\begin{pmatrix}-1-(-4)\\-2-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{RT}\begin{pmatrix}5-(-4)\\-5-1\end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{RS}\begin{pmatrix}3\\-3\end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{RT}\begin{pmatrix}9\\-6\end{pmatrix}$$

det $(\overrightarrow{RS};\ \overrightarrow{RT})=xy'-x'y=3\times(-6)-(-3)\times 9=-18+27=9\neq 0$

donc les vecteurs $\overrightarrow{RS}$ et $\overrightarrow{RT}$ ne sont pas colinéaires ; les points R,S et T ne sont pas alignés

4. On considère les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\9\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-6\\z\end{pmatrix}$. Pour quelle valeur du réel z ; ces deux vecteurs sont-ils colinéaires ?

Les vecteurs sont colinéaires si et seulement si leur déterminant est nul.

$det(\vec{u},\vec{v})=xy'-yx'=2z-9\times(-6)=2z+54$
$\vec{u}\begin{pmatrix}2\\9\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-6\\z\end{pmatrix}$ colinéaires $\Leftrightarrow det(\vec{u},\vec{v})=0 \Leftrightarrow 2z+54=0 \Leftrightarrow 2z=-54 \Leftrightarrow z=-27$

5. On considère les points suivants : R(-4 ; 1) ; S(-1 ; -2) ; T(w ; -5). Pour quelle valeur du réel x, ces points sont-ils alignés ?
Les points sont alignés si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{RS}$ et $\overrightarrow{RT}$ sont colinéaires

On calcule les coordonnées : $\overrightarrow{RS}\begin{pmatrix}-1-(-4)\\-2-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{RT}\begin{pmatrix}w-(-4)\\-5-1\end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{RS}\begin{pmatrix}3\\-3\end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{RT}\begin{pmatrix}w+4\\-6\end{pmatrix}$$

Les vecteurs sont colinéaires si et seulement si leur déterminant est nul.

$det(\vec{u},\vec{v})=xy'-yx'=3\times(-6)-(-3)\times(w+4)=-18+3(w+4)=-18+3w+12=3w-6$

$\overrightarrow{RS}$ et $\overrightarrow{RT}$ colinéaires $\Leftrightarrow det\left(\overrightarrow{RS},\overrightarrow{RT}\right)=0 \Leftrightarrow 3w-6=0 \Leftrightarrow 3w=6 \Leftrightarrow w=2$