

Spécialité Mathématiques Pour préparer l'entrée en Première

CORRECTION

Capacité 1 : Calculer sans calculatrice.

Exercice 1 : Ecrire le plus simplement possible

$A = \frac{13}{8} - \frac{5}{24}$ $A = \frac{13 \times 3}{8 \times 3} - \frac{5}{24}$ $A = \frac{39}{24} - \frac{5}{24}$ $A = \frac{34}{24}$ $A = \frac{17 \times 2}{12 \times 2}$ $A = \frac{17}{12}$	$B = \frac{24}{35} \times \frac{14}{36}$ $B = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 3}{7 \times 5} \times \frac{2 \times 2 \times 7}{2 \times 2 \times 3 \times 3}$ $B = \frac{2}{5} \times \frac{2}{3}$ $B = \frac{4}{15}$	$C = \frac{15}{\frac{4}{21}}$ $C = \frac{15}{4} \times \frac{21}{1}$ $C = \frac{3 \times 5}{4} \times \frac{4 \times 4}{3 \times 7}$ $C = \frac{5}{1} \times \frac{4}{7}$ $C = \frac{20}{7}$	$D = \frac{5}{4} - \frac{7}{4} \times \frac{7}{8}$ $D = \frac{5}{4} - \frac{49}{32}$ $D = \frac{40}{4 \times 8} - \frac{49}{32}$ $D = \frac{40}{32} - \frac{49}{32}$ $D = \frac{-9}{32}$	$E = \frac{-2}{3} \times \frac{-5}{2} \times \frac{3}{-7}$ $E = \frac{-1 \times (-5)}{-7}$ $E = \frac{5}{-7}$ $E = -\frac{5}{7}$
$F = \frac{-4}{45} \times \frac{25}{8}$ $F = \frac{-4 \times 5 \times 5}{5 \times 9 \times 4 \times 2}$ $F = \frac{-5}{9 \times 2}$ $F = -\frac{5}{18}$	$G = 11 \div \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{2}\right)$ $G = 11 \div \left(\frac{2 \times 2}{3 \times 2} - \frac{5 \times 3}{2 \times 3}\right)$ $G = 11 \div \left(\frac{4}{6} - \frac{15}{6}\right)$ $G = 11 \div \left(\frac{-11}{6}\right)$ $G = 11 \times \frac{6}{-11}$ $G = -6$	$H = 1 \div \left(\frac{-7}{4}\right)$ $H = 1 \times \frac{4}{-7}$ $H = -\frac{4}{7}$	$I = \frac{-4}{45} \div \frac{16}{15}$ $I = \frac{-4}{45} \times \frac{15}{16}$ $I = \frac{3 \times 15 \times 4 \times 4}{-4 \times 15}$ $I = \frac{-1}{12}$	$J = \frac{2}{\frac{3}{5}}$ $J = 2 \times \frac{5}{3}$ $J = \frac{10}{3}$
$K = \left(\frac{1}{7} - \frac{2}{5}\right) \times \frac{25}{7}$ $K = \left(\frac{1 \times 5}{7 \times 5} - \frac{2 \times 7}{5 \times 7}\right) \times \frac{25}{7}$ $K = \left(\frac{5}{35} - \frac{14}{35}\right) \times \frac{25}{7}$ $K = \frac{-9}{7 \times 5} \times \frac{5 \times 5}{7}$ $K = \frac{-45}{49}$	$L = \left(3 - \frac{2}{3}\right)^2$ $L = \left(\frac{3 \times 3}{1 \times 3} - \frac{2}{3}\right)^2$ $L = \left(\frac{9}{3} - \frac{2}{3}\right)^2$ $L = \left(\frac{7}{3}\right)^2$ $L = \frac{49}{9}$	$M = 1 - 2 \left(1 - \frac{1}{3}\right)$ $M = 1 - 2 \left(\frac{1 \times 3}{1 \times 3} - \frac{1}{3}\right)$ $M = 1 - 2 \left(\frac{3-1}{3}\right)$ $M = 1 - 2 \times \frac{2}{3}$ $M = 1 - \frac{4}{3}$ $M = \frac{3}{3} - \frac{4}{3}$ $M = -\frac{1}{3}$	$N = -2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 5 \times \frac{1}{3}$ $N = -2 \times \frac{1}{9} + \frac{5}{3} - 1$ $N = -\frac{2}{9} + \frac{5}{3} - 1$ $N = -\frac{2}{9} + \frac{5 \times 3}{3 \times 3} - \frac{9}{9}$ $N = -\frac{2}{9} + \frac{15}{9} - \frac{9}{9}$ $N = \frac{-2 + 15 - 9}{9}$ $N = \frac{4}{9}$	$P = -7 \left(\frac{4}{3} - 2\right)^2 + \frac{1}{9}$ $P = -7 \left(\frac{4}{3} - \frac{2 \times 3}{1 \times 3}\right)^2 + \frac{1}{9}$ $P = -7 \left(\frac{4}{3} - \frac{6}{3}\right)^2 + \frac{1}{9}$ $P = -7 \left(\frac{-2}{3}\right)^2 + \frac{1}{9}$ $P = -7 \times \frac{4}{9} + \frac{1}{9}$ $P = \frac{-28}{9} + \frac{1}{9}$ $P = \frac{-27}{9}$ $P = -3$
$Q = \frac{-\frac{2}{3} + 1}{\left(-\frac{2}{3}\right)^2 + 1}$ $Q = \frac{-\frac{2}{3} + \frac{3}{3}}{\frac{4}{9} + \frac{9}{9}}$ $Q = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{13}{9}}$ $Q = \frac{1}{3} \times \frac{9}{13}$ $Q = \frac{3}{13}$	$R = \left(\frac{2}{3} - 3\right)^2$ $R = \left(\frac{2}{3} - \frac{9}{3}\right)^2$ $R = \left(\frac{-7}{3}\right)^2$ $R = \frac{49}{9}$	$S = (-1)^{10} = 1$ <p>10 est un nombre pair. Nombre pair de facteurs négatifs : cela donne un résultat positif. (Règle des signes)</p>	$T = (-1)^{15}$ $T = -1$ <p>15 est un nombre impair. Nombre impair de facteurs négatifs : cela donne un résultat négatif.</p>	

Exercice 2 :

1. Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 2x^2 - 3x + 2$.

Déterminer les images respectives de : 1 ; -1 ; $\frac{2}{3}$; $-\frac{1}{4}$ On a : $f(x) = 2 \times x^2 - 3 \times x + 2$

$f(1) = 2 \times 1^2 - 3 \times 1 + 2$ $f(1) = 2 \times 1 - 3 + 2$ $f(1) = 1$	$f(-1) = 2 \times (-1)^2 - 3 \times (-1) + 2$ $f(-1) = 2 \times 1 + 3 + 2$ $f(-1) = 7$
$f\left(\frac{2}{3}\right) = 2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 3 \times \frac{2}{3} + 2$ $f\left(\frac{2}{3}\right) = 2 \times \frac{2^2}{3^2} - 2 + 2$ $f\left(\frac{2}{3}\right) = 2 \times \frac{4}{9}$ $f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{8}{9}$	$f\left(-\frac{1}{4}\right) = 2 \times \left(-\frac{1}{4}\right)^2 - 3 \times \left(-\frac{1}{4}\right) + 2$ $f\left(-\frac{1}{4}\right) = 2 \times \frac{(-1)^2}{4^2} + \frac{3}{4} + 2$ $f\left(-\frac{1}{4}\right) = 2 \times \frac{1}{16} + \frac{3}{4} + 2$ $f\left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{8} + \frac{3}{4} + 2$ $f\left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{8} + \frac{3 \times 2}{4 \times 2} + \frac{2 \times 8}{1 \times 8}$ $f\left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{1 + 6 + 16}{8} = \frac{23}{8}$

2. Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = -x^2 + 3x + 2$.

Déterminer les images respectives de : 1 ; -1 ; $\frac{2}{3}$; $-\frac{1}{4}$, sachant que $f(x) = -1 \times x^2 + 3 \times x + 2$

$f(1) = -1 \times 1^2 + 3 \times 1 + 2$ $f(1) = -1 \times 1 + 3 \times 1 + 2$ $f(1) = -1 + 3 + 2$ $f(1) = 4$	$f(-1) = -1 \times (-1)^2 + 3 \times (-1) + 2$ $f(-1) = -1 \times 1 + 3 \times (-1) + 2$ $f(-1) = -1 - 3 + 2$ $f(-1) = -2$
$f\left(\frac{2}{3}\right) = -1 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 + 3 \times \frac{2}{3} + 2$ $f\left(\frac{2}{3}\right) = -1 \times \frac{2^2}{3^2} + 2 + 2$ $f\left(\frac{2}{3}\right) = -1 \times \frac{4}{9} + 4$ $f\left(\frac{2}{3}\right) = -\frac{4}{9} + 4$ $f\left(\frac{2}{3}\right) = -\frac{4}{9} + \frac{4 \times 9}{1 \times 9}$ $f\left(\frac{2}{3}\right) = -\frac{4}{9} + \frac{36}{9} = \frac{32}{9}$	$f\left(-\frac{1}{4}\right) = -1 \times \left(-\frac{1}{4}\right)^2 + 3 \times \left(-\frac{1}{4}\right) + 2$ $f\left(-\frac{1}{4}\right) = -1 \times \frac{(-1)^2}{4^2} - \frac{3}{4} + 2$ $f\left(-\frac{1}{4}\right) = -1 \times \frac{1}{16} - \frac{3}{4} + 2$ $f\left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{16} - \frac{3}{4} + 2$ $f\left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{16} - \frac{3 \times 4}{4 \times 4} + \frac{2 \times 16}{1 \times 16}$ $f\left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{-1 - 12 + 32}{16} = \frac{19}{16}$

3. Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = x^3 - x^2 + x + 6$.

Déterminer les images respectives de : 1 ; -1 ; 2 et -2 .

$f(1) = 1^3 - 1^2 + 1 + 6$ $f(1) = 1 - 1 + 1 + 6$ $f(1) = 7$	$f(-1) = (-1)^3 - (-1)^2 + (-1) + 6$ $f(-1) = -1 - 1 + (-1) + 6$ $f(-1) = 3$
$f(2) = 2^3 - 2^2 + 2 + 6$ $f(2) = 8 - 4 + 2 + 6$ $f(2) = 12$	$f(-2) = (-2)^3 - (-2)^2 + (-2) + 6$ $f(-2) = -8 - 4 - 2 + 6$ $f(-2) = -8$

4. Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \frac{2x+1}{x^2+1}$
 Déterminer les images respectives de : 1 ; -1 ; $\frac{2}{3}$; $-\frac{1}{4}$.

$f(1) = \frac{2 \times 1 + 1}{1^2 + 1}$ $f(1) = \frac{3}{2}$	$f(-1) = \frac{2 \times (-1) + 1}{(-1)^2 + 1}$ $f(-1) = \frac{-2 + 1}{1 + 1}$ $f(-1) = \frac{-1}{2}$
$f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{2 \times \frac{2}{3} + 1}{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 1}$ $= \frac{\frac{4}{3} + \frac{3}{3}}{\frac{4}{9} + \frac{9}{9}}$ $= \frac{\frac{7}{3}}{\frac{13}{9}} = \frac{7}{3} \times \frac{9}{13}$ $= \frac{7 \times 3 \times 3}{3 \times 13} = \frac{21}{13}$	$f\left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{2 \times \left(-\frac{1}{4}\right) + 1}{\left(-\frac{1}{4}\right)^2 + 1}$ $= \frac{-\frac{2}{4} + 1}{\frac{1}{16} + 1}$ $= \frac{-\frac{2}{4} + \frac{4}{4}}{\frac{1}{16} + \frac{16}{16}}$ $= \frac{\frac{2}{4}}{\frac{17}{16}} = \frac{2}{4} \times \frac{16}{17}$ $= \frac{2 \times 4 \times 4}{4 \times 17} = \frac{8}{17}$

Exercice 3 : Simplifier les expressions suivantes :

$A = \frac{5^{10}}{5^{11}}$ $A = 5^{10-11}$ $A = 5^{-1}$ $A = \frac{1}{5^1}$ $A = \frac{1}{5}$	$B = \frac{7^{101}}{7^{100}}$ $B = 7^{101-100}$ $B = 7^1$ $B = 7$	$C = \frac{2^{n+1}}{2^n}$ $C = 2^{n+1-n}$ $C = 2^1$ $C = 2$	$D = \frac{3^n}{3^{n+2}}$ $D = 3^{n-(n+2)}$ $D = 3^{n-n-2}$ $D = 3^{-2}$ $D = \frac{1}{3^2}$ $D = \frac{1}{9}$	$E = \frac{2 \times 3^7}{8 \times 3^5}$ $E = \frac{2^1 \times 3^7}{2^3 \times 3^5}$ $E = 2^{1-3} \times 3^{7-5}$ $E = 2^{-2} \times 3^2$ $E = \frac{3^2}{2^2}$ $E = \frac{9}{4}$
$F = 2^{-1}$ $F = \frac{1}{2^1}$ $F = \frac{1}{2}$	$G = 3^{-2}$ $G = \frac{1}{3^2}$ $G = \frac{1}{9}$	$H = (2^{-1})^{-3}$ $H = 2^{-1 \times (-3)}$ $H = 2^3$ $H = 8$	$I = 3^n \times 3^2$ $I = 3^{n+2}$	$J = 3^n \times 3$ $J = 3^n \times 3^1$ $J = 3^{n+1}$
$K = 3^n \times 3^{2n+1}$ $K = 3^{n+2n+1}$ $K = 3^{3n+1}$	$L = 5^n \times 5^{2-n}$ $L = 5^{n+2-n}$ $L = 5^2$ $L = 25$	$M = 7 + 7^{-1}$ $M = 7 + \frac{1}{7}$ $M = \frac{7 \times 7}{1 \times 7} + \frac{1}{7}$ $M = \frac{49}{7} + \frac{1}{7}$ $M = \frac{50}{7}$	$N = 2^{-1} + 3^{-2}$ $N = \frac{1}{2^1} + \frac{1}{3^2}$ $N = \frac{1}{2} + \frac{1}{9}$ $N = \frac{1 \times 9}{2 \times 9} + \frac{1 \times 2}{9 \times 2}$ $N = \frac{9}{18} + \frac{2}{18}$ $N = \frac{11}{18}$	$P = \frac{5^3}{5}$ $= \frac{5^3}{5^1}$ $= 5^{3-1}$ $= 5^2$ $= 25$

$Q = \frac{5^2 \times 7^3}{5^3 \times 7^2}$ $= \frac{7^{3-2}}{5^{3-2}}$ $= \frac{7^1}{5^1}$ $= \frac{7}{5}$	$R = \frac{3 \times 5 \times 7}{7^2 \times 3^2}$ $= \frac{3^1 \times 7^1}{3^2 \times 7^2} \times 5$ $= 3^{1-2} \times 7^{1-2} \times 5$ $= 3^{-1} \times 7^{-1} \times 5$ $= \frac{1}{3} \times \frac{1}{7} \times 5$ $= \frac{5}{21}$	$S = (3y)^2$ $= 3^2 y^2$ $= 9y^2$	$T = (2y)^3$ $= 2^3 y^3$ $= 8y^3$	$U = \left(\frac{x}{8}\right)^2$ $U = \frac{x^2}{8^2}$ $U = \frac{x^2}{64}$
$V = \frac{15^2}{5^2}$ $V = \frac{(3 \times 5)^2}{5^2}$ $V = \frac{3^2 \times 5^2}{5^2}$ $V = 3^2$ $V = 9$	$W = \frac{15^2}{5}$ $W = \frac{15 \times 15}{5}$ $W = 3 \times 15$ $W = 45$	$X = \frac{15^2}{5^3}$ $X = \frac{15 \times 15}{5 \times 5 \times 5}$ $X = \frac{5 \times 3 \times 5 \times 3}{5 \times 5 \times 5}$ $X = \frac{3 \times 3}{5}$ $X = \frac{9}{5}$	$Y = \frac{(3 \times 7)^4}{3^4 \times 11^1 \times 7^2}$ $Y = \frac{3^4 \times 7^4}{3^4 \times 11 \times 7^2}$ $Y = \frac{7^{4-2}}{11}$ $Y = \frac{7^2}{11}$ $Y = \frac{49}{11}$	$Z = \frac{8^3 \times 15^2}{9 \times 5 \times 16^2}$ $Z = \frac{(2^3)^3 \times (3 \times 5)^2}{3^2 \times 5 \times (2^4)^2}$ $Z = \frac{2^9 \times 3^2 \times 5^2}{3^2 \times 5^1 \times 2^8}$ $Z = \frac{2^9}{2^8} \times \frac{3^2}{3^2} \times \frac{5^2}{5^1}$ $Z = 2^1 \times 1 \times 5^{2-1}$ $Z = 2 \times 5$ $Z = 10$

Exercice 4 :

Règles calculatoires sur les racines carrées.

Formules : pour tout a positif, $(\sqrt{a})^2 = \sqrt{a} \times \sqrt{a} = \sqrt{a^2} = a$

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Attention : $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

1. Simplifier, si possible, les écritures suivantes :

$$(\sqrt{36})^2 = 36; \quad \sqrt{4^2} = 4; \quad \sqrt{3} \times \sqrt{3} = (\sqrt{3})^2 = 3; \quad \sqrt{3} \times 2\sqrt{3} = 2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} = 2 \times (\sqrt{3})^2 = 2 \times 3 = 6$$

$$\sqrt{3} \times 2\sqrt{2} = 2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{2} = 2 \times \sqrt{3 \times 2} = 2\sqrt{6}; \quad 4\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} = 4 \times 2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} = 8 \times (\sqrt{3})^2 = 8 \times 3 = 24$$

$$4\sqrt{2} \times 2\sqrt{3} = 4 \times 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} = 8 \times \sqrt{2 \times 3} = 8\sqrt{6}; \quad (3\sqrt{5})^2 = 3^2 \times (\sqrt{5})^2 = 9 \times 5 = 45$$

$$(10\sqrt{2})^2 = 10^2 \times (\sqrt{2})^2 = 100 \times 2 = 200; \quad \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} = \frac{3}{2}; \quad \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}} = \frac{5}{4}; \quad \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\sqrt{3} + \sqrt{3} = 2\sqrt{3}; \quad \sqrt{3} + \sqrt{2} \text{ simplification impossible}; \quad \sqrt{3} - 2\sqrt{3} = -\sqrt{3}$$

$$5\sqrt{3} + 2\sqrt{7} - 2\sqrt{3} + \sqrt{7} - \sqrt{2} = 5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{7} + \sqrt{7} - \sqrt{2} = 3\sqrt{3} + 3\sqrt{7} - \sqrt{2}$$

2. Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$ où b est le plus petit entier positif possible.

$$\sqrt{8}; \sqrt{500}; \sqrt{12}; \sqrt{27}; \sqrt{75}; \sqrt{48}; 7\sqrt{2} \times 5\sqrt{70}; \sqrt{32} + 5\sqrt{8} - \sqrt{18}$$

$$\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}; \quad \sqrt{500} = \sqrt{100 \times 5} = \sqrt{100} \times \sqrt{5} = 10\sqrt{5}$$

$$\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}; \quad \sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = \sqrt{9} \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

$$\sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = \sqrt{25} \times \sqrt{3} = 5\sqrt{3}; \quad \sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3} = \sqrt{16} \times \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

$ \begin{aligned} & 7\sqrt{2} \times 5\sqrt{70} \\ & = 7 \times \sqrt{2} \times 5 \times \sqrt{2 \times 35} \\ & = 7 \times 5 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{35} \\ & = 7 \times 5 \times (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{35} \\ & = 7 \times 5 \times 2 \times \sqrt{35} \\ & = 70\sqrt{35} \end{aligned} $	$ \begin{aligned} & \sqrt{32} + 5\sqrt{8} - \sqrt{18} \\ & = \sqrt{16 \times 2} + 5 \times \sqrt{4 \times 2} - \sqrt{9 \times 2} \\ & = \sqrt{16} \times \sqrt{2} + 5 \times \sqrt{4} \times \sqrt{2} - \sqrt{9} \times \sqrt{2} \\ & = 4\sqrt{2} + 5 \times 2 \times \sqrt{2} - 3\sqrt{2} \\ & = 4\sqrt{2} + 10\sqrt{2} - 3\sqrt{2} \\ & = (4 + 10 - 3)\sqrt{2} \\ & = 11\sqrt{2} \end{aligned} $
--	--

3. Développer et réduire : $A = 2\sqrt{7}(4 - \sqrt{7})$; $B = (2 - \sqrt{5})^2$; $C = (3 + 2\sqrt{5})^2$; $D = (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2$

$ \begin{aligned} A & = 2\sqrt{7}(4 - \sqrt{7}) \\ & = 2\sqrt{7} \times 4 - 2\sqrt{7} \times \sqrt{7} \\ & = 2 \times 4 \times \sqrt{7} - 2 \times (\sqrt{7})^2 \\ & = 8\sqrt{7} - 2 \times 7 \\ & = 8\sqrt{7} - 14 \end{aligned} $	$ \begin{aligned} B & = (2 - \sqrt{5})^2 \\ & = 2^2 - 2 \times 2 \times \sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 \\ & = 4 - 4\sqrt{5} + 5 \\ & = 9 - 4\sqrt{5} \end{aligned} $	$ \begin{aligned} C & = (3 + 2\sqrt{5})^2 \\ & = 3^2 + 2 \times 3 \times 2\sqrt{5} + (2\sqrt{5})^2 \\ & = 9 + 12\sqrt{5} + 2^2 \times (\sqrt{5})^2 \\ & = 9 + 12\sqrt{5} + 4 \times 5 \\ & = 29 + 12\sqrt{5} \end{aligned} $	$ \begin{aligned} D & = (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 \\ & = (\sqrt{2})^2 + 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 \\ & = 2 + 2 \times \sqrt{2 \times 3} + 3 \\ & = 5 + 2\sqrt{6} \end{aligned} $
---	---	--	---

Capacité 2 : Développer une expression littérale.

Exercice 1 : Sans les identités remarquables.

Développer et réduire les expressions suivantes :

$ \begin{aligned} & 6 + 2x(3 - x) \\ & = 6 + 2x \times 3 - 2x \times x \\ & = 6 + 6x - 2x^2 \\ & = -2x^2 + 6x + 6 \end{aligned} $	$ \begin{aligned} & 6 - 2x(3 - x) \\ & = 6 - 2x \times 3 - 2x \times (-x) \\ & = 6 - 6x + 2x^2 \\ & = 2x^2 - 6x + 6 \end{aligned} $
$ \begin{aligned} & (6 + 2x)(3 - x) \\ & = 6 \times 3 - 6 \times x + 2x \times 3 - 2x \times x \\ & = 18 - 6x + 6x - 2x^2 \\ & = -2x^2 + 18 \end{aligned} $	$ \begin{aligned} & (6 + 2x) - (3 - x) \\ & = 6 + 2x - 3 + x \\ & = 3x + 3 \end{aligned} $
$ \begin{aligned} & 5(x^2 - 2x - 1) \\ & = 5x^2 - 5 \times 2x - 5 \times 1 \\ & = 5x^2 - 10x - 5 \end{aligned} $	$ \begin{aligned} & 2x - 5 + 3x(2 + 3x) \\ & = 2x - 5 + 3x \times 2 + 3x \times 3x \\ & = 2x - 5 + 6x + 9x^2 \\ & = 9x^2 + 8x - 5 \end{aligned} $
$ \begin{aligned} & 2x - 5 - 3x(2 + 3x) \\ & = 2x - 5 - 3x \times 2 - 3x \times 3x \\ & = 2x - 5 - 6x - 9x^2 \\ & = -4x - 5 - 9x^2 \\ & = -9x^2 - 4x - 5 \end{aligned} $	$ \begin{aligned} & 2x - 5 + (5x - 3)(2 + 3x) \\ & = 2x - 5 + 5x \times 2 + 5x \times 3x - 3 \times 2 - 3 \times 3x \\ & = 2x - 5 + 10x + 15x^2 - 6 - 9x \\ & = 15x^2 + 3x - 11 \end{aligned} $
$ \begin{aligned} & 4(3 - x)(2x + 6) \\ & = 4 \times [3 \times 2x + 3 \times 6 - x \times 2x - x \times 6] \\ & = 4 \times (6x + 18 - 2x^2 - 6x) \\ & = 4 \times (-2x^2 + 18) \\ & = 4 \times (-2x^2) + 4 \times 18 \\ & = -8x^2 + 72 \end{aligned} $	$ \begin{aligned} & (2x - 5)(x + 6) - (x - 9)(x + 4) \\ & 2x \times x + 2x \times 6 - 5 \times x - 5 \times 6 - [x \times x + x \times 4 - 9 \times x - 9 \times 4] \\ & = 2x^2 + 12x - 5x - 30 - (x^2 + 4x - 9x - 36) \\ & = 2x^2 + 7x - 30 - (x^2 - 5x - 36) \\ & = 2x^2 + 7x - 30 - x^2 + 5x + 36 \\ & = x^2 + 12x + 6 \end{aligned} $

Exercice 2 : Avec les identités remarquables.

Déterminer la forme développée de chacune des expressions suivantes :

$A(x) = (x + 9)^2$ $A(x) = x^2 + 2 \times x \times 9 + 9^2$ $A(x) = x^2 + 18x + 81$	$B(x) = (x - 9)^2$ $B(x) = x^2 - 2 \times x \times 9 + 9^2$ $B(x) = x^2 - 18x + 81$	$C(x) = (x - 9)(x + 9)$ $C(x) = x^2 - 9^2$ $C(x) = x^2 - 81$
$D(x) = (2x + 9)^2$ $D(x) = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 9 + 9^2$ $D(x) = 4x^2 + 36x + 81$	$E(x) = (2x - 9)^2$ $E(x) = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 9 + 9^2$ $E(x) = 4x^2 - 36x + 81$	$F(x) = (3 - 4x)^2$ $F(x) = 3^2 - 2 \times 3 \times 4x + (4x)^2$ $F(x) = 9 - 24x + 16x^2$ $F(x) = 16x^2 - 24x + 9$
$G(x) = (3x + 1)(3x - 1)$ $G(x) = (3x)^2 - 1^2$ $G(x) = 9x^2 - 1$	$H(x) = (-2x + 1)^2$ $H(x) = (-2x)^2 + 2 \times (-2x) \times 1 + 1^2$ $H(x) = 4x^2 - 4x + 1$	$I(x) = (-3x - 9)^2$ $I(x) = (-3x)^2 - 2 \times (-3x) \times 9 + 9^2$ $I(x) = 9x^2 + 54x + 81$
$J(x) = (x + 1)^2 + (x - 1)^2$ $J(x) = x^2 + 2x + 1^2 + x^2 - 2x + 1^2$ $J(x) = 2x^2 + 2$	$K(x) = (x + 1)^2 - (x - 1)^2$ $K(x) = x^2 + 2x + 1 - (x^2 - 2x + 1)$ $K(x) = x^2 + 2x + 1 - x^2 + 2x - 1$ $K(x) = 4x$	$L(x) = 3(5x - 6)^2$ $L(x) = 3 \times [(5x)^2 - 2 \times 5x \times 6 + 6^2]$ $L(x) = 3 \times (25x^2 - 60x + 36)$ $L(x) = 3 \times 25x^2 - 3 \times 60x + 3 \times 36$ $L(x) = 75x^2 - 180x + 108$
$M(x) = 5 - [3^2 + 2 \times 3 \times 2x + 4x^2]$ $M(x) = 5 - (9 + 12x + 4x^2)$ $M(x) = 5 - 9 - 12x - 4x^2$ $M(x) = -4x^2 - 12x - 4$	$N(x) = 5(3 - 4x)(3 + 4x)$ $N(x) = 5 \times [3^2 - (4x)^2]$ $N(x) = 5 \times (9 - 16x^2)$ $N(x) = 45 - 80x^2$ $N(x) = -80x^2 + 45$	$P(x) = (2x - 1)(9 - x)^2$ $= (2x - 1) \times (9^2 - 2 \times 9 \times x + x^2)$ $= (2x - 1) \times (81 - 18x + x^2)$ $= 162x - 36x^2 + 2x^3 - 81 + 18x - x^2$ $= 2x^3 - 37x^2 + 180x - 81$

Capacité 3 : Factoriser une expression littérale

Exercice 1 : Factoriser avec un facteur commun.

$3x^2 + 9y$ $= 3 \times x \times x + 9 \times y$ $= 3 \times (x^2 + 3y)$ $= 3(x^2 + 3y)$	$6x - x^2$ $= 6 \times x - x \times x$ $= x \times (6 - x)$ $= x(6 - x)$	$3(x - 4) + 2x(x - 4)$ $= (x - 4) \times [3 + 2x]$ $= (x - 4)(2x + 3)$	$3x(x - 5) + (x - 5)(2x + 6)$ $= (x - 5) \times [3x + (2x + 6)]$ $= (x - 5) \times (3x + 2x + 6)$ $= (x - 5)(5x + 6)$
$x(x + 2) + x$ $= x \times (x + 2) + 1 \times x$ $= x((x + 2) + 1)$ $= x(x + 3)$	$x - 3x^2$ $= x \times 1 - 3 \times x \times x$ $= x \times (1 - 3x)$ $= x(1 - 3x)$	$3x^2 - 4x + x^3$ $3 \times x \times x - 4 \times x + x \times x \times x$ $= x \times (3x - 4 + x^2)$ $= x(x^2 + 3x - 4)$	$3(x - 4) - 2x(x - 4)$ $= (x - 4) \times [3 - 2x]$ $= (x - 4)(-2x + 3)$
$3x(x - 5) - (x - 5)(2x + 6)$ $= (x - 5) \times [3x - (2x + 6)]$ $= (x - 5) \times (3x - 2x - 6)$ $= (x - 5)(x - 6)$	$(x - 2) - 5(x - 2)(x + 3)$ $(x - 2) \times 1 - (x - 2) \times 5 \times (x + 3)$ $= (x - 2) \times [1 - 5 \times (x + 3)]$ $= (x - 2)(1 - 5x - 15)$ $= (x - 2)(-5x - 14)$		

Exercice 2 : Factoriser sans facteur commun. (Donc avec les identités remarquables)

$A(x) = x^2 - 9$ $A(x) = x^2 - 3^2$ $A(x) = (x-3)(x+3)$	$B(x) = 9x^2 - 24x + 16$ $B(x) = (3x-4)^2$	$C(x) = 4x^2 - 81$ $C(x) = (2x)^2 - 9^2$ $C(x) = (2x-9)(2x+9)$
$D(x) = 4x^2 + 20x + 25$ $D(x) = (2x+5)^2$	$E(x) = (3-4x)^2 - 25$ $E(x) = (3-4x)^2 - 5^2$ $E(x) = [(3-4x)-5][(3-4x)+5]$ $E(x) = (3-4x-5)(3-4x+5)$ $E(x) = (-4x-2)(-4x+8)$	$F(x) = 25 - (3-4x)^2$ $F(x) = 5^2 - (3-4x)^2$ $F(x) = [5-(3-4x)][5+(3-4x)]$ $F(x) = (5-3+4x)(5+3-4x)$ $F(x) = (2+4x)(8-4x)$

$G(x) = (2x+1)^2 - (x+3)^2$ $G(x) = [(2x+1)-(x+3)][(2x+1)+(x+3)]$ $G(x) = [2x+1-x-3][2x+1+x+3]$ $G(x) = (x-2)(3x+4)$

Capacité 4 : Ecrire une expression littérale sous forme d'un quotient, simplifier un quotient.

Exercice 1 : Ecrire sous forme d'un quotient. (On ne s'occupera pas de l'ensemble de définition)

$A = 1 + \frac{2}{x}$ $A = \frac{1}{1} + \frac{2}{x}$ $A = \frac{1 \times x}{1 \times x} + \frac{2}{x}$ $A = \frac{x}{x} + \frac{2}{x}$ $A = \frac{x+2}{x}$	$B = 2 - \frac{6}{x}$ $B = \frac{2 \times x}{1 \times x} - \frac{6}{x}$ $B = \frac{2x-6}{x}$	$C = 1 + \frac{1}{x-3}$ $C = \frac{1 \times (x-3)}{1 \times (x-3)} + \frac{1}{x-3}$ $C = \frac{x-3+1}{x-3}$ $C = \frac{x-2}{x-3}$	$D = \frac{2}{x+1} - 2$ $D = \frac{2}{x+1} - \frac{2 \times (x+1)}{1 \times (x+1)}$ $D = \frac{2-2 \times x-2 \times 1}{x+1}$ $D = \frac{2-2x-2}{x+1}$ $D = \frac{-2x}{x+1}$
$E = \frac{1}{2} + \frac{3}{x}$ $E = \frac{1 \times x}{2 \times x} + \frac{3 \times 2}{x \times 2}$ $E = \frac{x+6}{2x}$	$F = \frac{2}{x} - \frac{3}{x+1}$ $F = \frac{2 \times (x+1)}{x \times (x+1)} - \frac{3 \times x}{(x+1) \times x}$ $F = \frac{2x+2-3x}{x(x+1)}$ $F = \frac{-x+2}{x(x+1)}$	$G = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} - \frac{5}{x}$ $G = \frac{1 \times 3 \times x}{2 \times 3 \times x} + \frac{1 \times x}{6 \times x} - \frac{5 \times 6}{x \times 6}$ $G = \frac{3x+x-30}{3x+x-30}$ $G = \frac{6x}{6x}$ $G = \frac{4x-30}{6x}$ $G = \frac{2 \times (2x-15)}{2 \times 3x} = \frac{2x-15}{3x}$	
$H = \frac{1}{x} - \frac{1}{2x} - \frac{1}{3x}$ $H = \frac{1 \times 6}{x \times 6} - \frac{1 \times 3}{2x \times 3} - \frac{1 \times 2}{3x \times 2}$ $H = \frac{6x}{6-3-2}$ $H = \frac{1}{6x}$	$I = \frac{1}{x^2-2x+1} - 1$ $I = \frac{1}{x^2-2x+1} - \frac{1 \times (x^2-2x+1)}{1 \times (x^2-2x+1)}$ $I = \frac{1-x^2+2x-1}{x^2-2x+1}$ $I = \frac{-x^2+2x}{x^2-2x+1}$ <div style="border: 1px solid black; width: 10px; height: 10px; margin-left: auto; margin-right: auto;"></div>		

Exercice 2 : Simplifier, (si possible) les écritures fractionnaires suivantes.

$A = \frac{2x + 4}{2}$ $A = \frac{2 \times x + 2 \times 2}{2 \times 1}$ $A = \frac{2 \times (x + 2)}{2 \times 1}$ $A = \frac{(x + 2)}{1}$ $A = x + 2$	$B = \frac{3x - 6}{2}$ $B = \frac{3}{2}x - \frac{6}{2}$ $B = \frac{3}{2}x - 3$	$C = \frac{5x + 15}{5}$ $C = \frac{5 \times x + 5 \times 3}{5}$ $C = \frac{5 \times (x + 3)}{5}$ $C = x + 3$	$D = \frac{5x + 1}{5}$ $D = \frac{5x}{5} + \frac{1}{5}$ $D = x + \frac{1}{5}$
$E = \frac{4x + 8}{2x + 6}$ $E = \frac{2 \times 2x + 2 \times 4}{2 \times x + 2 \times 3}$ $E = \frac{2 \times (2x + 4)}{2 \times (x + 3)}$ $E = \frac{2x + 4}{x + 3}$	$F = \frac{\frac{2}{x}}{\frac{3}{x}}$ $F = \frac{2}{x} \times \frac{x}{3}$ $F = \frac{2}{3}$	$G = \frac{\frac{2x + 1}{2}}{\frac{8}{2}}$ $G = \frac{2x + 1}{2 \times 8}$ $G = \frac{2x + 1}{16}$ $G = \frac{2x}{16} + \frac{1}{16}$ $G = \frac{x}{8} + \frac{1}{16}$	$H = \frac{\frac{1}{x} + 2}{\frac{1}{x} - 2}$ $H = \frac{\frac{1}{x} + \frac{2x}{x}}{\frac{1}{x} - \frac{2x}{x}}$ $H = \frac{1 + 2x}{1 - 2x}$ $H = \frac{x}{1 - 2x}$ $H = \frac{1 + 2x}{x} \times \frac{x}{1 - 2x}$ $H = \frac{1 + 2x}{1 - 2x}$
$I = \frac{\frac{1}{x^2}}{\frac{3}{x}}$ $I = \frac{1}{x^2} \times \frac{x}{3}$ $I = \frac{1 \times x}{x \times x \times 3}$ $I = \frac{1}{3x}$	$J = \frac{\frac{1}{x}}{\frac{3}{x^2}}$ $J = \frac{1}{x} \times \frac{x^2}{3}$ $J = \frac{1 \times x \times x}{x \times 3}$ $J = \frac{x}{3}$	$K = \frac{x^2 + 3x}{4x - x^2}$ $K = \frac{x \times (x + 3)}{x \times (4 - x)}$ $K = \frac{x + 3}{4 - x}$	$L = \frac{3x^2 + 1}{x^2 + 5x}$ <p>On ne peut pas simplifier car le numérateur n'est pas factorisable.</p>

Capacité 5 : Résoudre une équation, une inéquation du premier degré.

Exercice : Résoudre dans \mathbb{R} :

$2x - 4 = 0$ $2x - 4 + 4 = 0 + 4$ $2x = 4$ $\frac{2x}{2} = \frac{4}{2}$ $x = 2$ $S = \{2\}$	$\frac{3}{4}t + 7 = 1$ $\frac{3}{4}t + 7 - 7 = 1 - 7$ $\frac{3}{4}t = -6$ $\frac{\frac{3}{4}t}{\frac{3}{4}} = \frac{-6}{\frac{3}{4}}$ $t = -6 \times \frac{4}{3}$ $t = -\frac{24}{3} = -8$ $S = \{-8\}$	$2(x - 4) = x + 3$ $2 \times x - 2 \times 4 = x + 3$ $2x - 8 = x + 3$ $2x - x = 3 + 8$ $x = 11$ $S = \{11\}$	$t + 4 = t - 5$ $t - t = -5 - 4$ $0 = -9$ <p>Impossible ! Il n'existe pas de valeur de t telle que cette égalité soit vraie donc :</p> $S = \emptyset$
---	---	--	---

$7x - 13 \geq 1$ $7x - 13 + 13 \geq 1 + 13$ $7x \geq 14$ $\frac{7x}{7} \geq \frac{14}{7}$ $x \geq 2$ $S = [2; +\infty[$	$x + 1 < -2x$ $x + 2x < -1$ $3x < -1$ $x < -\frac{1}{3}$ $S =]-\infty; -\frac{1}{3}[$	$-2x + 10 \leq 12x + 150$ $-2x - 12x \leq 150 - 10$ $-14x \leq 140$ $\frac{-14x}{-14} \geq \frac{140}{-14}$ $x \geq -10$ $S = [-10; +\infty[$	$\frac{x}{2} > 2(x - 1)$ $2 \times \frac{x}{2} > 2 \times 2(x - 1)$ $x > 4 \times (x - 1)$ $x > 4 \times x - 4 \times 1$ $x > 4x - 4$ $x - 4x > -4$ $-3x > -4$ $\frac{-3x}{-3} < \frac{-4}{-3}$ $x < \frac{4}{3}$ $S =]-\infty; \frac{4}{3}[$
---	--	---	--

Capacité 6 : Résoudre une équation.

Exercice 1 : Résoudre les équations suivantes :

$x^2 = 8$ $8 > 0$ $x = \sqrt{8} \text{ ou } x = -\sqrt{8}$ $x = \sqrt{4 \times 2} \text{ ou } x = -\sqrt{8}$ $x = \sqrt{4} \times \sqrt{2} \text{ ou } x = -\sqrt{8}$ $x = 2\sqrt{2} \text{ ou } x = -2\sqrt{2}$ $S = \{-2\sqrt{2}; 2\sqrt{2}\}$	$(2x - 5)(3x + 4) = 0$ $2x - 5 = 0 \text{ ou } 3x + 4 = 0$ $2x = 5 \text{ ou } 3x = -4$ $x = \frac{5}{2} \text{ ou } x = -\frac{4}{3}$ $S = \left\{ \frac{5}{2}; -\frac{4}{3} \right\}$	$8x^2 - 16 = 0$ $8x^2 = 16$ $x^2 = \frac{16}{8}$ $x^2 = 2$ $2 > 0$ $x = \sqrt{2} \text{ ou } x = -\sqrt{2}$ $S = \{-\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$	$x^2 = -25$ $-25 < 0$ <p>or un carré est toujours positif donc :</p> $S = \emptyset$
$6x^2 - 2x = 0$ $2x \times 3x - 2x \times 1 = 0$ $2x \times (3x - 1) = 0$ $2x = 0 \text{ ou } 3x - 1 = 0$ $x = \frac{0}{2} \text{ ou } 3x = 1$ $x = 0 \text{ ou } x = \frac{1}{3}$ $S = \left\{ 0; \frac{1}{3} \right\}$	$9 - (2x + 1)^2 = 0$ $3^2 - (2x + 1)^2 = 0$ $[3 - (2x + 1)] \times [3 + (2x + 1)] = 0$ $(3 - 2x - 1) \times (3 + 2x + 1) = 0$ $(-2x + 2) \times (2x + 4) = 0$ $-2x + 2 = 0 \text{ ou } 2x + 4 = 0$ $-2x = -2 \text{ ou } 2x = -4$ $x = \frac{-2}{-2} \text{ ou } x = \frac{-4}{2}$ $x = 1 \text{ ou } x = -2$ $S = \{-2; 1\}$	$\frac{1 - 3x}{x + 8} = 0$ <p>il faut que : $x \neq (-8)$</p> $1 - 3x = 0$ $-3x = -1$ $x = \frac{-1}{-3}$ $x = \frac{1}{3}$ $S = \left\{ \frac{1}{3} \right\}$	$\frac{5 - 2x}{3 + 3x} = 4$ <p>il faut que : $3 + 3x \neq 0$</p> $3x \neq -3$ $x \neq -\frac{3}{3}$ $x \neq -1$ $\frac{5 - 2x}{3 + 3x} = \frac{4}{1}$ <p>Par produit en croix,</p> $1(5 - 2x) = 4(3 + 3x)$ $5 - 2x = 12 + 12x$ $-7 = 14x$ $x = -\frac{7}{14} = -\frac{1}{2}$ $S = \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$

Autre méthode pour la dernière équation :

$$\frac{5 - 2x}{3 + 3x} = 4 \Leftrightarrow \frac{5 - 2x}{3 + 3x} - 4 = 0 \Leftrightarrow \frac{5 - 2x}{3 + 3x} - \frac{4 \times (3 + 3x)}{1 \times (3 + 3x)} = 0 \Leftrightarrow \frac{5 - 2x - 4 \times (3 + 3x)}{3 + 3x} = 0 \Leftrightarrow \frac{5 - 2x - 4 \times 3 - 4 \times 3x}{3 + 3x} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{5 - 2x - 12 - 12x}{3 + 3x} = 0 \Leftrightarrow \frac{-7 - 14x}{3 + 3x} = 0 \Leftrightarrow -7 - 14x = 0 \Leftrightarrow -14x = 7 \Leftrightarrow x = \frac{7}{-14} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \text{ donc } S = \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$$

Exercice 2 :

1. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de la courbe C et de la droite d d'équations respectives :
 $C : y = x^2 - 2x + 3$ et $d : y = 3x + 3$.

Les points d'intersection de deux courbes sont les points $M(x; y)$ dont les coordonnées x et y vérifient les deux équations de courbe. Donc il s'agit ici de résoudre le système :

$$\begin{cases} y = x^2 - 2x + 3 \\ y = 3x + 3 \end{cases} \text{ par substitution on obtient l'équation suivante :}$$

$$x^2 - 2x + 3 = 3x + 3$$

$$x^2 - 2x - 3x = 3 - 3$$

$$x^2 - 5x = 0$$

on factorise par x :

$$x(x - 5) = 0$$

c'est une équation produit nul donc :

$$x = 0 \text{ ou } x - 5 = 0$$

$$x = 0 \text{ ou } x = 5$$

$$\text{Pour } x = 0, y = 3 \times 0 + 3 = 3$$

$$\text{Pour } x = 5, y = 3 \times 5 + 3 = 18$$

Conclusion : Les deux courbes admettent deux points d'intersection : **A(0; 3) et B(5; 18)**.

2. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de la courbe C d'équation : $y = 2x^2 - 7$ avec l'axe des ordonnées.

L'axe des ordonnées est la droite « verticale » d'équation $x = 0$.

$$\text{Les coordonnées des points d'intersection vérifient le système suivant : } \begin{cases} x = 0 \\ y = 2x^2 - 7 \end{cases}$$

$$\text{Donc } x = 0 \text{ et } y = 2 \times 0^2 - 7 = -7$$

Conclusion : Un seul point d'intersection, la courbe coupe l'axe des ordonnées au point **M(0; -7)**.

3. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la courbe C d'équation : $y = 2x^2 - 7$ avec l'axe des abscisses.

L'axe des abscisses est la droite d'équation $y = 0$.

$$\text{Les coordonnées des points d'intersection vérifient le système suivant : } \begin{cases} y = 0 \\ y = 2x^2 - 7 \end{cases}$$

$$\text{Donc il s'agit de résoudre : } 2x^2 - 7 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 = 7 \Leftrightarrow x^2 = \frac{7}{2} \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{7}{2}} \text{ ou } x = -\sqrt{\frac{7}{2}}$$

Conclusion : La courbe coupe l'axe des abscisses en deux points : **C(-\sqrt{\frac{7}{2}}; 0) et D(\sqrt{\frac{7}{2}}; 0)**.

4. Déterminer les coordonnées des points d'intersection des courbes C et C' d'équations respectives :

$$y = \frac{3+x}{x+1} \text{ et } y = \frac{2+x}{x-5}.$$

Attention, quotient !! Il faut penser aux valeurs interdites...-1 et 5.

En effet, pour qu'une écriture fractionnaire soit définie, il faut que son dénominateur soit non nul, ce qui donne ici : $x + 1 \neq 0$ et $x - 5 \neq 0$. Soit $x \neq -1$ et $x \neq 5$.

On travaille donc sur $\mathbb{R} - \{-1; 5\}$.

Comme précédemment les coordonnées des points d'intersection vérifient les deux équations des

$$\text{courbes donc il faut résoudre : } \begin{cases} y = \frac{3+x}{x+1} \\ y = \frac{2+x}{x-5} \end{cases}$$

$$\text{Donc on résout } \frac{3+x}{x+1} = \frac{2+x}{x-5}$$

En utilisant le produit en croix cela donne : $(3+x)(x-5) = (2+x)(x+1)$

On développe :

$$3x - 15 + x^2 - 5x = 2x + 2 + x^2 + x$$

$$x^2 - x^2 + 3x - 5x - 2x - x = 15 + 2$$

$$-5x = 17$$

$$x = -\frac{17}{5}$$

Puis on calcule y en remplaçant x par $-\frac{17}{5}$ dans une des deux équations de courbes :

$$y = \frac{3 + \frac{-17}{5}}{\frac{-17}{5} + 1} = \frac{\frac{15-17}{5}}{\frac{-17+5}{5}} = \frac{\frac{-2}{5}}{\frac{-12}{5}} = \frac{-2}{5} \times \frac{5}{-12} = \frac{1}{6}$$

Conclusion : Ces deux courbes admettent un seul point d'intersection : le point $E\left(-\frac{17}{5}; \frac{1}{6}\right)$.

Exercice 3 :

Soit $f(x) = (x - 3)^2 - (2x - 5)^2$.

1. Démontrer que pour tout x réel, $f(x) = -3x^2 + 14x - 16$ et $f(x) = (2 - x)(3x - 8)$.

a) On reconnaît l'identité remarquable $(a - b)^2$ à développer :

$$f(x) = (x - 3)^2 - (2x - 5)^2 = (x^2 - 6x + 9) - (4x^2 - 20x + 25)$$

$$f(x) = x^2 - 6x + 9 - 4x^2 + 20x - 25$$

$$f(x) = -3x^2 + 14x - 16$$

CQFD ! (ce qu'il fallait démontrer)

b) Deux méthodes sont possibles :

1^{ère} méthode :

On factorise $f(x)$ en reconnaissant l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

$$f(x) = (x - 3)^2 - (2x - 5)^2$$

$$f(x) = [(x - 3) - (2x - 5)][(x - 3) + (2x - 5)]$$

$$f(x) = (x - 3 - 2x + 5)(x - 3 + 2x - 5)$$

$$f(x) = (-x + 2)(3x - 8)$$

$$f(x) = (2 - x)(3x - 8)$$

CQFD

2^{ème} méthode :

On part de la conclusion sans écrire $f(x)$ et on développe :

$$(2 - x)(3x - 8) = 6x - 16 - 3x^2 + 8x = -3x^2 + 14x - 16 \\ = f(x) \quad \text{Grâce à la réponse du a)}$$

2. Quel est le nom de chacune de ces deux formes ?

$-3x^2 + 14x - 16$ est la **forme développée** de $f(x)$

$(2 - x)(3x - 8)$ est la **forme factorisée** de $f(x)$

3. En utilisant la forme la plus adaptée :

a. Calculer $f(0)$ b. Résoudre $f(x) = 0$ c. Calculer $f(2)$ d. Résoudre $f(x) = -16$.

a) $f(0) = -16$ (avec la forme développée)

b) Pour résoudre $f(x) = 0$, on choisit la forme factorisée :

$$(2 - x)(3x - 8) = 0 \Leftrightarrow 2 - x = 0 \quad \text{ou} \quad 3x - 8 = 0 \Leftrightarrow 2 = x \quad \text{ou} \quad 3x = 8 \Leftrightarrow x = 2 \quad \text{ou} \quad x = \frac{8}{3} \quad S = \left\{2; \frac{8}{3}\right\}$$

c) $f(2) = (2 - 2)(3 \times 2 - 8) = 0 \times (-2) = 0$

d) Pour résoudre $f(x) = -16$, on choisit la forme développée :

$$-3x^2 + 14x - 16 = -16$$

$$-3x^2 + 14x = -16 + 16$$

$$-3x^2 + 14x = 0$$

$$x(-3x + 14) = 0$$

$$x = 0 \text{ ou } -3x + 14 = 0$$

$$x = 0 \text{ ou } -3x = -14$$

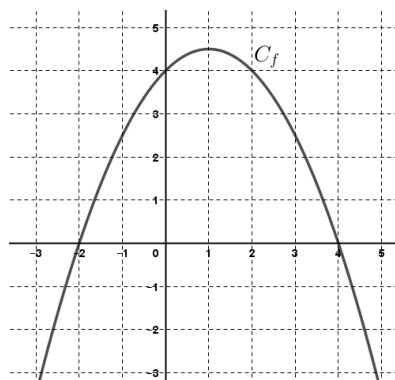
$$x = 0 \text{ ou } x = \frac{14}{3}$$

Conclusion : $S = \left\{ 0; \frac{14}{3} \right\}$

Capacité 7 : Lectures graphiques.

Exercice 1 :

On donne ci-contre la courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-3; 5]$. Répondre aux questions suivantes en utilisant ce graphique.



- 1) Donner la valeur de $f(0)$. $f(0) = 4$
- 2) Donner l'image de 2 par f . $f(2) = 4$
- 3) Quels sont les antécédents de 2 par f ?
Les antécédents sont environ : $-1,2$ et $3,2$.
- 4) Quelles sont les solutions de l'équation $f(x) = 0$?
 $S = \{-2; 4\}$
- 5) Quelles sont les solutions de l'inéquation $f(x) \leq 4$?
 $S = [-3; 0] \cup [2; 5]$

6) Dresser le tableau de variation de f .

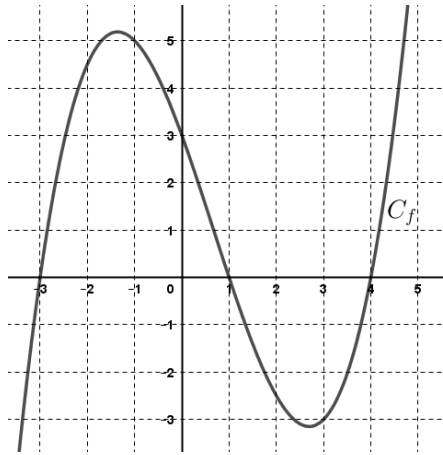
x	-3	1	5
Variation de f		4,5	
	-3,2		-3,2

- 7) Le maximum de f est $4,5$. Il est atteint en 1 (ou pour $x = 1$).
- 8) Dresser le tableau de signes de f .

x	-3	-2	4	5	
Signe de f	-	0	+	0	-

Exercice 2 :

On donne ci-contre la courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-3,5 ; 4,8]$. Répondre aux questions suivantes en utilisant ce graphique.



- 1) Donner la valeur de $f(0)$. $f(0) = 3$
- 2) Donner l'image de 3 par f . $f(3) = -3$
- 3) Quels sont les antécédents de -1 par f ?
Les antécédents de f sont environ : $-3,2 ; 1,3$ et $3,8$
- 4) Quelles sont les solutions de l'équation $f(x) = 0$?
 $S = \{-3 ; 1 ; 4\}$
- 5) Dresser le tableau de variations de f .

x	-3,5	-1,5	2,7	4,8
Variations de f		5,1		5,8
	-3,6		-3,1	

- 6) Dresser le tableau de signes de f .

x	-3,5	-3	1	4	4,8			
Signe de f		-	0	+	0	-	0	+

Exercice 3 : On considère le tableau de variations d'une fonction g :

x	-10	-6	-2	1	5	12
Variations de g	6				3	
		-4				1

1. Donner 3 exemples de nombres dont les images sont positives :
Toute valeur entre 5 et 12 par exemple : 5,8 / 10,5 / 12
2. On sait de plus que la fonction s'annule pour $x = -6$ et pour $x = 1$. Compléter le tableau avec ces valeurs. (C'est déjà fait pour $x = -6$)

x	-10	-6	1	12		
Signe de $g(x)$		+	0	-	0	+

Capacité 8 : Equations de droites.

Exercice 1 :

a) Pour chacune des droites, compléter

Droite	Coefficient directeur	Ordonnée à l'origine
D1	1	-1
D2	0	2
D3	-2	1
D4	-1	3
D5	1/3	0

b) En déduire l'équation de chaque droite.

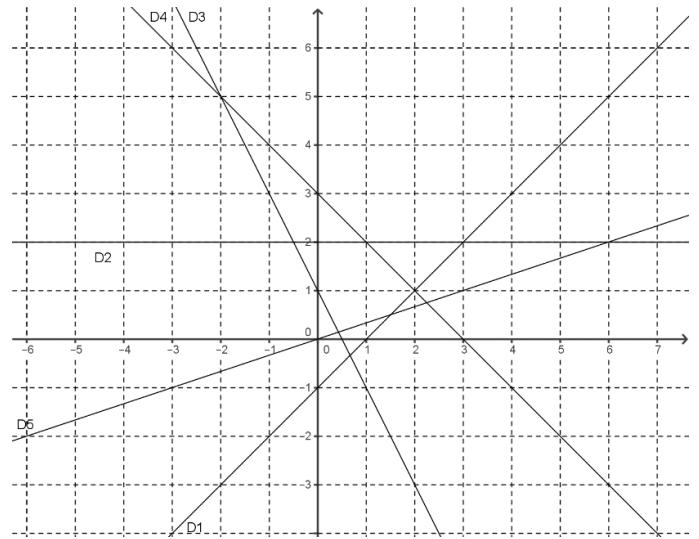
D1: $y = 1x - 1 = x - 1$

D2: $y = 0x + 2 = 2$

D3: $y = -2x + 1$

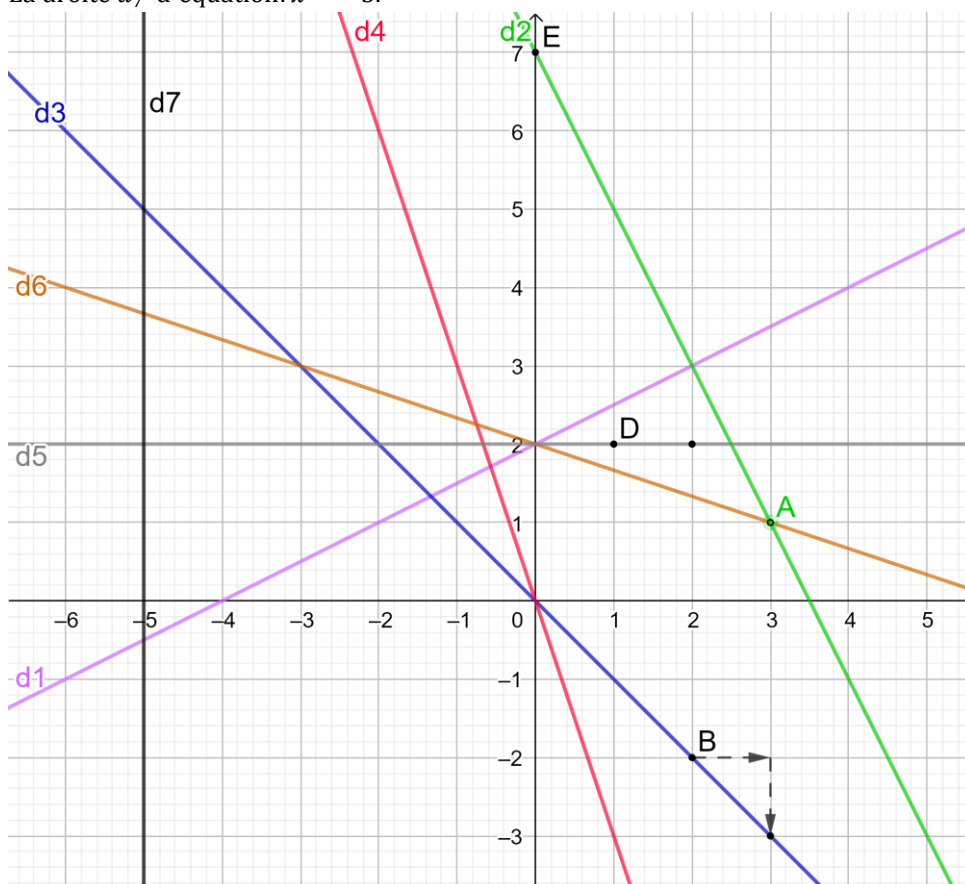
D4: $y = -1x + 3$

D5: $y = \frac{1}{3}x$



Exercice 2 : Représenter dans un repère orthogonal :

- La droite d_1 d'équation $y = 0,5x + 2$
- La droite d_2 passant par le point $A(3; 1)$ et d'ordonnée à l'origine 7
- La droite d_3 passant par les points $B(2; -2)$ et de coefficient directeur -1 .
- La droite d_4 d'équation: $y = -3x$.
- La droite d_5 passant par $D(1; 2)$ et de coefficient directeur 0.
- La droite d_6 d'équation: $y = -\frac{1}{3}x + 2$
- La droite d_7 d'équation: $x = -5$.



- $h(x) = x + 5$ est une fonction affine

Réolvons tout d'abord $h(x) = 0 \Leftrightarrow x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = -5$ $m = 1 > 0$

Le coefficient directeur $m = 1$ est positif ; la fonction h est croissante, nous irons donc du « négatif au positif »

x	$-\infty$	-5	$+\infty$
Signe de $h(x)$	-	0	+

2. $f(x) = (2x + 1)(x - 3)$ $j(x) = (-2x + 6)(3 + x)$ $k(x) = 4x^2 - 3x$

- $f(x) = (2x + 1)(x - 3)$

Recherchons les valeurs annulant f :

On résout $f(x) = 0$

$$\begin{aligned} (2x + 1)(x - 3) &= 0 \\ 2x + 1 &= 0 \text{ ou } x - 3 = 0 \\ x &= -\frac{1}{2} \text{ ou } x = 3. \end{aligned}$$

Dressons le tableau de signes :

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	3	$+\infty$
$2x + 1$	-	0	+	+
$x - 3$	-	-	0	+
$f(x)$		+	-	+

- $j(x) = (-2x + 6)(3 + x)$

Recherchons les valeurs annulant j :

Réolvons $j(x) = 0$

$$\begin{aligned} (-2x + 6)(3 + x) &= 0 \\ -2x + 6 &= 0 \text{ ou } 3 + x = 0 \\ x &= 3 \text{ ou } x = -3. \end{aligned}$$

Dressons le tableau de signes :

x	$-\infty$	-3	3	$+\infty$
$-2x + 6$	+	+	0	-
$3 + x$	-	0	+	+
$j(x)$		-	+	-

- $k(x) = 4x^2 - 3x$

Factorisons $k(x)$: $k(x) = 4x^2 - 3x = x(4x - 3)$

En effet, les tableaux de signes reposent sur la règle des signes, vue au collège, sur le signe d'un produit ou d'un quotient. (Le produit ou le quotient de deux expressions de signes contraires est négatif ; celui de deux expressions de même signe est positif). Il faut donc se ramener à un produit, d'où la factorisation !

Recherchons les valeurs annulant k :

Réolvons $k(x) = 0$

$$\begin{aligned} x(4x - 3) &= 0 \\ x &= 0 \text{ ou } 4x - 3 = 0 \\ x &= 0 \text{ ou } x = \frac{3}{4}. \end{aligned}$$

Dressons le tableau de signes :

x	$-\infty$	0	$\frac{3}{4}$	$+\infty$
x	-	0	+	+
$4x - 3$	-	-	0	+
$k(x)$	+	-	+	+

3. $l(x) = \frac{2x+1}{2-x}$

$m(x) = \frac{1-3x}{-1-x}$

$n(x) = 1 - \frac{1}{x}$

(Attention à la valeur interdite)

- $l(x) = \frac{2x+1}{2-x}$

Recherchons la ou les valeurs annulant l :

On résout $l(x) = 0$

$$\frac{2x+1}{2-x} = 0$$

$$2x + 1 = 0 \text{ et } 2 - x \neq 0$$

$$x = -\frac{1}{2} \text{ et } x \neq 2.$$

Remarque : On rappelle que 2 est la valeur interdite de la fonction f .

- En effet, si $x = 2$ alors le dénominateur est nul ; ce qui est impossible.

- Dans le tableau ci-dessous, la valeur interdite sera représentée par une double barre.

Dressons le tableau de signes :

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	2	$+\infty$
$2x + 1$	-	0	+	+
$2 - x$	+	+	0	-
$l(x)$	-	+		-

- $m(x) = \frac{1-3x}{-1-x}$

Recherchons la ou les valeurs annulant m :

Résolvons $m(x) = 0$.

$$\frac{1-3x}{-1-x} = 0$$

$$1 - 3x = 0 \text{ et } -1 - x \neq 0$$

$$x = \frac{1}{3} \text{ et } x \neq -1.$$

Dressons le tableau de signes :

x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
$1 - 3x$	+	+	0	-
$-1 - x$	+	0	-	-
$m(x)$	+		-	+

- $n(x) = 1 - \frac{1}{x}$.

Ecriture de $n(x)$ sous forme d'un quotient : $n(x) = 1 - \frac{1}{x} = \frac{x}{x} - \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x}$

Méthode : les tableaux de signes reposent sur la règle des signes d'un produit ou d'un quotient. D'où la nécessité d'écrire cette fonction sous forme d'un quotient.

Recherchons la ou les valeurs annulant n :

Réolvons $n(x) = 0$.

$$\frac{x-1}{x} = 0$$

$$x - 1 = 0 \text{ et } x \neq 0$$

$$x = 1 \text{ et } x \neq 0.$$

Dressons le tableau de signes :

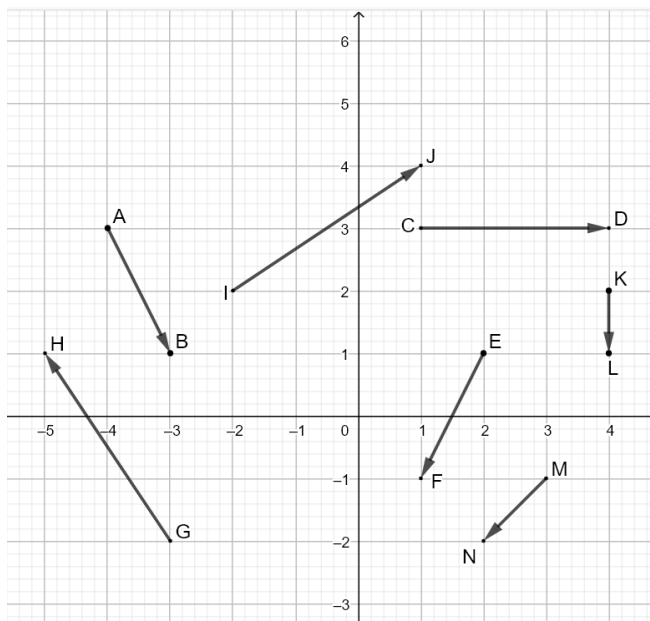
x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$x - 1$	-	-	0	+
x	-	0	+	+
$n(x)$	+	-	0	+

Capacité 10 : Les vecteurs.

Exercice 1 :

1. Lire, dans le repère ci-contre, les coordonnées des vecteurs représentés :

$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$
$\overrightarrow{GH} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\overrightarrow{IJ} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\overrightarrow{KL} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$
$\overrightarrow{MN} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$		



2. Dans un repère, on considère les points $A(2; 1)$; $B(3; -4)$ et $C(2; 0)$.

On veut placer un point $M(x; y)$ tel que : $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

- a. Calculer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} .

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 - 2 \\ -4 - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 - 2 \\ 0 - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

- b. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. $\begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -6 \end{pmatrix}$

- c. Exprimer les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AM} en fonction de x et de y .

$$\overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x_M - x_A \\ y_M - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - 2 \\ y - 1 \end{pmatrix}$$

d. Déterminer alors les coordonnées de M .

Comme $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$, alors $\begin{pmatrix} x-2 \\ y-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -6 \end{pmatrix}$

Ce qui donne : $\begin{cases} x-2 = 1 \\ y-1 = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2+1 = 3 \\ y = 1-6 = -5 \end{cases}$

Les coordonnées de M sont $(3; -5)$

3. Dans un repère, on considère les points $A(3; -1)$; $B(0; 5)$ et $C(-4; 1)$.

On veut placer un point $M(x; y)$ tel que : $\overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB}$.

a. Calculer les coordonnées de $2\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB}$.

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 - 3 \\ 5 - (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 - 0 \\ 1 - 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \end{pmatrix}$$

Donc

$$\text{les coordonnées de } 2\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB} \text{ sont: } 2 \times \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 - (-3) \\ -8 - 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -14 \end{pmatrix}$$

b. Exprimer les coordonnées du vecteur \overrightarrow{BM} en fonction de x et de y .

$$\overrightarrow{BM} \begin{pmatrix} x_M - x_B \\ y_M - y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - 0 \\ y - 5 \end{pmatrix}$$

c. Déterminer alors les coordonnées de M .

Comme $\overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB}$, alors $\begin{pmatrix} x \\ y-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -14 \end{pmatrix}$

Ce qui donne : $\begin{cases} x = -5 \\ y-5 = -14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = -14+5 = -9 \end{cases}$

Les coordonnées de M sont $(-5; -9)$

Exercice 2 : Simplifier, au maximum, les expressions suivantes en utilisant la relation de Chasles :

Soient R, S, T, U et V des points du plan.

a. $\overrightarrow{RT} + \overrightarrow{TU} = \overrightarrow{RU}$

b. $\overrightarrow{TU} + \overrightarrow{US} = \overrightarrow{TS}$

c. $\overrightarrow{TU} + \overrightarrow{VT} = \overrightarrow{VT} + \overrightarrow{TU} = \overrightarrow{VU}$

d. $\overrightarrow{TU} - \overrightarrow{TU} = \overrightarrow{0}$

e. $\overrightarrow{TU} + \overrightarrow{US} + \overrightarrow{SR} = \overrightarrow{TS} + \overrightarrow{SR} = \overrightarrow{TR}$

Exercice 3 :

1. Dire si les vecteurs suivants sont (ou ne sont pas) colinéaires.

a. $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -6 \\ -27 \end{pmatrix}$.

$\det(\vec{u}, \vec{v}) = xy' - yx' = 2 \times (-27) - 9 \times (-6) = -54 + 54 = 0$ donc les vecteurs sont colinéaires.

Autre méthode : On a clairement $\vec{v} = -3\vec{u}$ donc les vecteurs sont colinéaires.

b. $\vec{u} \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}$.

$\det(\vec{u}, \vec{v}) = xy' - yx' = 4 \times 3 - (-2) \times 6 = 12 + 12 \neq 0$ donc les vecteurs ne sont pas colinéaires.

2. On considère les points suivants : $R(-4 ; 1)$; $S(3 ; -2)$; $T(5 ; 7)$ et $U(13,4 ; 3,4)$.
Les droites (RS) et (TU) sont-elles parallèles ?

On calcule les coordonnées : $\overrightarrow{RS} \begin{pmatrix} 3 - (-4) \\ -2 - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{TU} \begin{pmatrix} 13,4 - 5 \\ 3,4 - 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8,4 \\ -3,6 \end{pmatrix}$

$\det(\overrightarrow{RS}, \overrightarrow{TU}) = xy' - yx' = 7 \times (-3,6) - (-3) \times 8,4 = -25,2 + 25,2 = 0$ donc les vecteurs \overrightarrow{RS} et \overrightarrow{TU} sont colinéaires.

Donc les droites (RS) et (TU) sont parallèles.

3. On considère les points suivants : $R(-4 ; 1)$; $S(-1 ; -2)$; $T(5 ; -5)$.
Les points R, S et T sont-ils alignés ?

Les points sont alignés si et seulement si les vecteurs \overrightarrow{RS} et \overrightarrow{RT} sont colinéaires.

On calcule les coordonnées : $\overrightarrow{RS} \begin{pmatrix} -1 - (-4) \\ -2 - 1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{RT} \begin{pmatrix} 5 - (-4) \\ -5 - 1 \end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{RS} \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{RT} \begin{pmatrix} 9 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$\det(\overrightarrow{RS}, \overrightarrow{RT}) = xy' - x'y = 3 \times (-6) - (-3) \times 9 = -18 + 27 = 9 \neq 0$

Donc les vecteurs \overrightarrow{RS} et \overrightarrow{RT} ne sont pas colinéaires et **les points R, S et T ne sont pas alignés.**

4. On considère les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -6 \\ z \end{pmatrix}$. Pour quelle valeur du réel z , ces deux vecteurs sont-ils colinéaires ?

Les vecteurs sont colinéaires si et seulement si leur déterminant est nul.

$\det(\vec{u}, \vec{v}) = xy' - yx' = 2z - 9 \times (-6) = 2z + 54$

$\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -6 \\ z \end{pmatrix}$ colinéaires $\Leftrightarrow \det(\vec{u}, \vec{v}) = 0 \Leftrightarrow 2z + 54 = 0 \Leftrightarrow 2z = -54 \Leftrightarrow z = -27$

5. On considère les points suivants : $R(-4 ; 1)$; $S(-1 ; -2)$; $T(w ; -5)$. Pour quelle valeur du réel w , ces points sont-ils alignés ?

Les points sont alignés si et seulement si les vecteurs \overrightarrow{RS} et \overrightarrow{RT} sont colinéaires.

On calcule les coordonnées : $\overrightarrow{RS} \begin{pmatrix} -1 - (-4) \\ -2 - 1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{RT} \begin{pmatrix} w - (-4) \\ -5 - 1 \end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{RS} \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{RT} \begin{pmatrix} w + 4 \\ -6 \end{pmatrix}$$

Les vecteurs sont colinéaires si et seulement si leur déterminant est nul.

$\det(\vec{u}, \vec{v}) = xy' - yx' = 3 \times (-6) - (-3) \times (w + 4) = -18 + 3(w + 4) = -18 + 3w + 12 = 3w - 6$

\overrightarrow{RS} et \overrightarrow{RT} colinéaires $\Leftrightarrow \det(\overrightarrow{RS}, \overrightarrow{RT}) = 0 \Leftrightarrow 3w - 6 = 0 \Leftrightarrow 3w = 6 \Leftrightarrow w = 2$